Årg. 42:4 Dec. 1959

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

FJÄRDE HÄFTET

Bengt Joel Andersson, Tröghetsnavigering 217

Sven Hilding, Realskolematematikens förnyelse 226

Bengt Liljeqvist, Skolförsök med radioaktiv strålning 233

Torsten Wilner, Det tyngdlösa tillståndet 238

Notiser: W. Schock, Medelpunkt och radie i en i en triangel inskriven cirkel; Nils Juringius, Anmärkning till uppgift 2181; O. Lindstad, Litt om harmonisk svingende bevegelse; O. Lindstad, Kurve-egenskaper utledet ved hjelp av kinematikk. En tillföyelse 240

Aktuellt: Per Häggmark, OEEC-kursen i matematik vid universitetet i Aarhus; Eve Staffansson, Några intryck från Europäische Lehrmittelmesse i Darmstadt 244

Bokanmälningar: Bourbaki, Éléments de mathématique I. Livre II, Ch. 8; Hurewicz, Lectures on Ordinary Differential Equations; Grotemeyer, Analytische Geometrie; Valentiner, Vektoren und Matrizen; Insights into Modern Mathematics; Tresse, Théorie élémentaire des géométries non euclidiennes; Fraser, Statistics: an Introduction; Kaplansky/Hewitt/Hall/Fortet, Some Aspects of Analysis and Probability; Chernoff/Moses, Elementary Decision Theory; Cox, Planning of Experiments; Blanc-Lapierre/Casal/Tortrat, Méthodes mathématiques de la mécanique statistique; Kittel, Elementary Statistical Physics; Tonnelat, Les principes de la théorie électromagnétique et de la relativité; Scott, The Physics of Electricity and Magnetism; Hix/Alley, Physical Laws and Effects; Lindstad, Veiledning i skoleforsök i elektrisitetslære; Gewertz, Växelströmslära; Visual Problems of Colour; Hansen, Rumfart og raket-teknik; Whitrow, The Structure and Evolution of the Universe; The Structure of Electrolytic Solutions; Zimmermann/Mason, Electronic Circuit Theory; Höfling/Jacobs, Physik für Mittelschulen . . 249

Problemavdelning:
Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 268
Matematiska och fysikaliska uppg. i studentexamen nov. 1959 271
Realexamen h.t. 1959. Provräkningar 278
Praktisk realexamen h.t. 1959: Uppg. i fysik, Uppg. i kemi med laboratorieteknik, i beskrivande maskin- och byggnadslära 279

Författare i detta häfte (omslaget); Insänd litteratur (283)

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; Gemag AB; Rudolph Grave; Lindståhls Bokhandel; Norstedt & Söner; Svenska Bokförlaget; Svenska Radio AB.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 16:50, pr häfte kr. 4:50. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Red. och utgivare: fil. dr C. E. Blom, Karlbergsv. 16, Stockholm.

Tidigare årg. Förfråga Eder direkt hos red. Av årg. 1—13 är flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14 (1931) t.o.m. 34 (1951) kr. 10:—, för årg. 35—38 kr. 12:50, och för årg. 39—42 kr. 15:—.

Pärmar av grön klot à kr. 3:50; varje pärm avsedd för två årg.

Problemhäften för åren 1953, 1954, 1955 à 1:40, för 1956, 1957, 1958 à 2:20 och för 1959 à 2:40. Innehåll: Student- o. realex.-uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.

Övriga särtryck: se t. ex. sept. h. Problemhäften och övriga särtryck sändes pr korsband (porto 15 öre) om inbetalning sker till postgiro 527 55, Elementa, Karlbergsvägen 16, Stockholm.

Att beakta

Prenumerationsavgiften för år 1960, kr. 16:50, inbetalas å postgiro 527 55. Observera bilagda portofria inbetalningskort, som medföljer försändelser till privata abonnenter. Till bibliotek, skolor, institutioner m. fl. har fakturor utsänts 20.11. 1959.

Av stor betydelse är att prenumeration göres redan i december. Härigenom försäkrar sig abonnenten om att erhålla marshäftet — som beräknas utkomma redan i februari — vid första utsändningen omedelbart efter tryckningen. Den andra utsändningen sker först i mitten av mars. En tidig inbetalning underlättar också red:s expeditionsarbete, som under senare år — med den stigande upplagan — ökat avsevärt.

Studerande vid universitet och högskolor erhåller tidskriften vid direkt prenumeration hos red. till ett pris av kr. 14:—. Hänvisning göres vid inbetalningen till studentkatalog. Se bifogade inbetalningskort. Även de elever (ett hundratal) vid läroverken som under 1959 mottagit tidskriften som premium kan erhålla årg. 1960 till kr. 14:—.

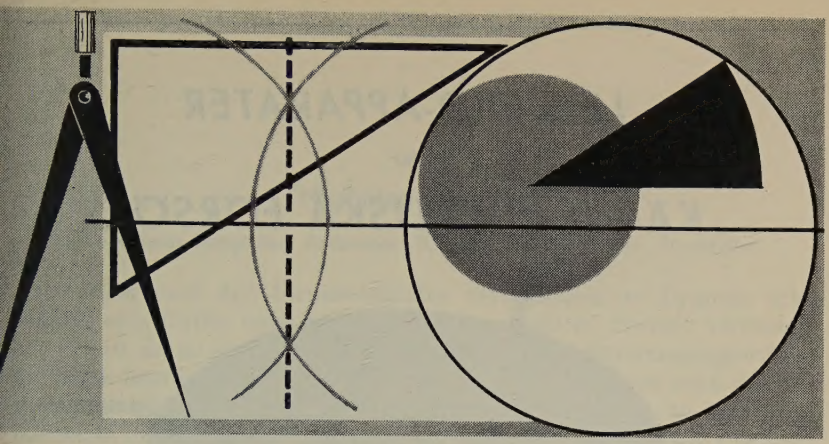
De nya skrivningstyperna i matematik

i studentex., som ges fr.o.m. mars 1957, finner Ni ej blott i problemhäftena för åren 1957, 1958 och 1959 utan även i häftet för 1956, som innehåller Skolöverstyrelsens »Övningsuppgifter i matematik till studentexamen».
Samtliga dessa häften har fått stor spridning. Häftena för 1956 och 1957 föreligger i tredje resp. andra tryckning. — Priset är för problemhäftena för åren 1956, 1957 och 1958 kr. 2:20 och för 1959 kr. 2:40. Häftet för 1959 utkommer 5. 12. 1959.

Problemhäften och övriga särtryck skickas per post (porto 15 öre per häfte), om inbetalning sker till Elementas postgiro 527 55 (skriv rekvisition å giro-kupongen).

Författare i detta häfte: lektor R. Agrelius, Norrköping; prof. B. J. Andersson, Stockholm; docent G. Bergendal, Lund; docent G. Blom, Malmö; laborator S. Comét, Stockholm; lektor O. Eklöf, Uppsala; fil. mag. J. Friberg, Lund; lektor B. Grundström, Djursholm; lektor S. Hilding, Stockholm; lektor P. Häggmark, Göteborg; prof. E. Ingelstam, Stockholm; lektor C. V. Jonsson, Ludvika; fil. dr N. Juringius, Stockholm; lektor B. Liljeqvist, Stockholm; docent I. Lindqvist, Uppsala; lektor O. Lindstad, Oslo; lektor A. Ljunghall, Uppsala; lektor C. Lönnqvist, Södertälje; civiling. G. Markesjö, Stockholm; docent S. B. Nilsson, Lund; docent J. Odhnoff, Lund; lektor L. Råde, Göteborg; Studienrat W. Schock, Lübeck; lektor E. Staffansson, Göteborg; civiling T. Wilner, Stockholm.

Bilagor: Lindståhls Bokhandel; Elementa inbetalningskort.



Verner Carlson

Matematik

för realskolan

Del 1 för klass 1^4
Hft. 4:85 (2:43) G

Del 1 för klass 1^3 (ht)
Hft. 3:65 (1:83) G

Böckerna är inte bara exempelsamlingar, utan verkliga *läroböcker* i matematik med tydligt markerade instruktioner och typexempel.

»... klara, rediga och vederhäftiga samt bär vittnesbörd om författarens långa erfarenhet som matematiklärare.

Rekommenderas på det livligaste.»
Läroboksnämndens granskare

Del 2 för klass 1^3(vt)—2^3 och 2^4—3^4
Utkommer under 1960

Del 3 för klass 3^3 och 4^4
Utkommer under 1960

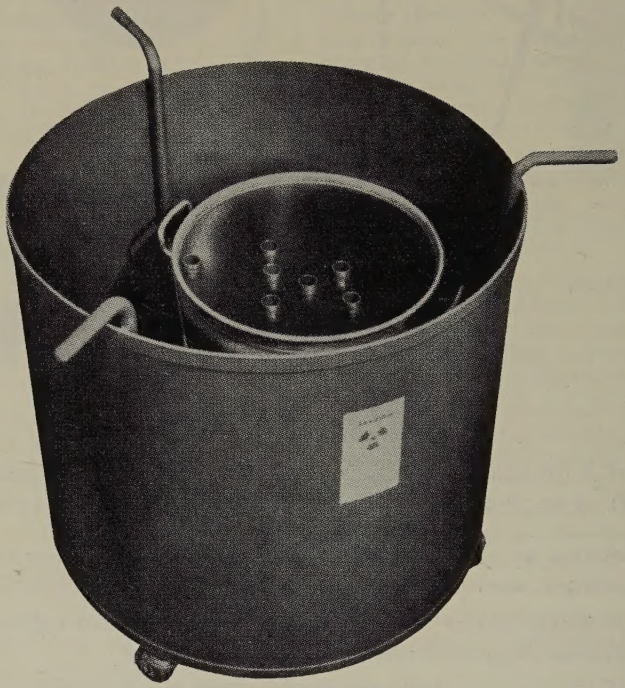
Beställ lärarex. genom att sätta in beloppen (priser inom parentes) på postgiro 758. Ange på talongen vad beställningen avser.

ALMQVIST & WIKSELL
Box 159 — Stockholm 1 — Postgiro 758

LEYBOLD-APPARATER

för

KÄRNFYSIKALISKA FÖRSÖK



LEYBOLDS NEUTRONKÄLLA
3 m C

främst för laboratoriet —

RUDOLPH GRAVE AB
ETABLERAD 1874

SKOLAVDELNINGEN

Stockholm 3 Tel 23 37 80 Malmö 4 Tel 381 25

Tröghetsnavigering

Av professor Bengt Joel Andersson, K. Tekniska Högskolan, Stockholm

Parallellt med den teknisk-militära utvecklingen av flygplan och robotar som färdas med överljudfart har pågått en intensiv verksamhet för att skapa lämplig navigerings- och automatstyrningsapparatur för dessa teknikens extremister. Den idealiska navigatorn skall därvid sköta sig själv så långt som möjligt utan inblandning av mänsklig påverkan under flygningen, och den skall vara omöjlig att störa genom belysning och radio.

Det har efter kriget skett en teknisk utveckling av stormaktsformat inom detta område. Det har gällt att få fram navigeringssystem, som fungerar som en isolerad instrumentdel i flygplanet-roboten, och som ger positionen relativt jorden som resultat endast av processer inom instrumentet.

Ett dylikt navigeringssystem kan tänkas arbeta efter ett flertal principer, men villkoret att de tänkta apparaterna även skall kunna tillverkas i industriell skala har varit riktlinjen, när man gallrat bland principerna och kommit fram till de former av tröghetsnavigeringssystem, som nu nått produktionsstadiet. Dessa system har accelerometrar och gyroskop som kännande organ, och systemen har möjliggjorts efter många steg av finurlighet inom framför allt det instrumentmekaniska området.

Ett tröghetsnavigeringssystem arbetar i stort sett efter principer, hämtade från den klassiska mekaniken. Navigatorn för med sig, i en eller annan form, ett fixstjärnebundet koordinatsystem, i vilket rörelsen hos farkosten bestämmes medelst accelerationskänsliga organ, vilkas utslag integreras antingen analogimässigt eller med en digital computer. En analogimässig integration kan, som framgår av det följande, ske genom att vissa mekaniska delar av navigatorn påtvingas vissa rörelser.

I princip skulle man kunna erhålla ett fixstjärnebundet koordinatsystem, om man hade en tillräckligt trög massa, friktionsfritt vridbar kring sitt masscentrum, så att accelerationer hos massan icke medför vridningar. En möjlighet att öka trögheten mot vridning ger gyroskopet, vars rotation vid vridning orsakar stora Coriolikrafter och åtföljande moment. Nu är det dels praktiskt taget omöjligt att tillverka ett trögt gyroskop, upphängt i exempelvis ett kardanringsystem med så liten friktion i alla lager, att systemets drift icke ger en ej

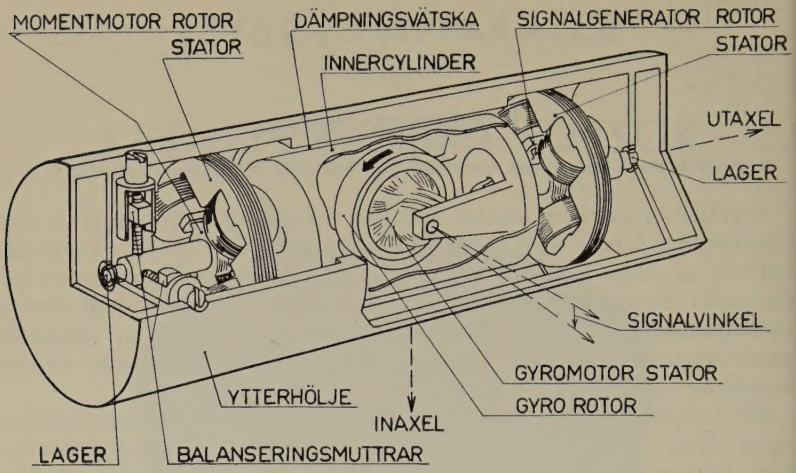


Fig. 1. Enaxligt vätskeupphängt gyroskop enligt Draper.

tolerabel onoggrannhet i positionsbestämningen. Man erhåller en uppfattning om de enorma kraven på referenssystemets stabilitet, om man beaktar, att en drift hos referenssystemet på 1 bågminut ger ett positionsfel på ca 1850 meter.

De ofrånkomliga lagerfriktionerna i upphängningsanordningen liksom ett oundvikligt centreringsfel av obestämd natur måste bemästras, om man skall utföra ett mekaniskt referenssystem för en tröghetsnavigator. I princip löser man dessa problem på så sätt, att de gyron, som skall konservera koordinatsystemet, är hydrostatiskt utbalanserade för att bli okänsliga för accelerationer. Vidare är hela anordningen uppbyggd efter idén att alla gyrorörelser ger elektriska signaler, som genom servosystem styr motorer, som återför den plattform, på vilka gyrona monterats, till ett relativt gyrona givet läge. Man har med andra ord kringgått svårigheten att åstadkomma tillräckligt friktionsfria lager genom att införa motorer, som ser till att plattformen följer gyrona.

Konstruktionen av det enaxliga vätskegyroskopet har haft en avgörande betydelse för tröghetsnavigeringens utveckling. Pionjären framför alla andra har här varit professor Charles Draper, MIT, Boston, USA.

Denna gyrokonstruktion (se figur 1) består av en rotor, vars rörelsemängdsmoment är av storleksordningen 10^5—10^7 gram cm^2 sek^{-1}. Rotorn drives elektriskt och är lagrad i kullager i en heliumfylld cylinder, som i sin tur är lagrad i en koaxial yttre cylinder. Innercylinderns

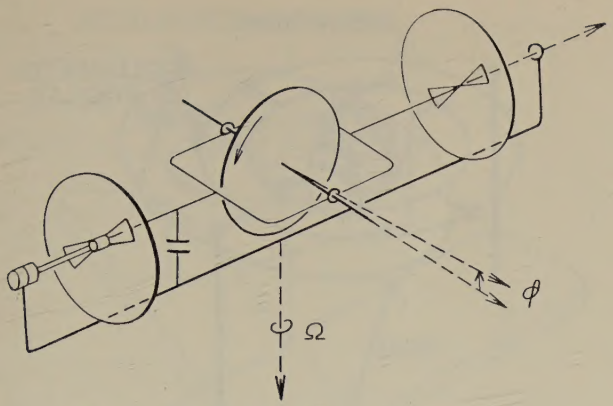


Fig. 2. Principskiss av enaxligt gyroskop.

vridningsaxel är vinkelrät mot rotorns spinaxel och sammanfaller med cylinderaxeln. Rummet mellan de två cylindrarna är fyllt med en olja, vars temperatur avpassas så, att innercylinderns genomsnittliga täthet med tillräcklig noggrannhet överensstämmer med oljans. Temperaturtoleransen är därvid mindre än 1° C. Vissa gyron är försedda med stabiliserad uppvärmningsanordning i yttercylinderns vägg. Man har även utfört konstruktioner, där hela tröghetsnavigatorn hålles vid en konstant temperatur.

Denna gyroanordning kan användas för övervakning av rotationer kring en axel, inaxel, som är vinkelrät mot rotorns spinaxel och innercylinderns lagringsaxel, utaxeln.

Om vinkelhastigheten kring inaxeln är Ω och rotorns spinmoment är H (= produkten av tröghetsmomentet med avseende på rotoraxeln och vinkelhastigheten relativt innercylindern), så bestämmes vridningsvinkeln φ kring utaxeln ur ekvationen (se figur 2)

$$H\Omega = J\ddot{\varphi} + D\dot{\varphi} + M_m$$

där J är tröghetsmomentet för rotor och innercylinder med avseende på utaxeln, $D\dot{\varphi}$ ett dämpningsmoment från flottationsvätskan och M_m är ett moment från en momentmotor, som kan vrida innercylindern kring utaxeln. Vinkeln φ noteras medelst en »signalgenerator», som är en induktiv givare. Vinklar φ av storleksordningen 1 bågsekund kan därvid observeras. Signalen φ kan nu styra motorer, som vrider gyroplattformen så, att vinkeln φ strävar mot noll. Signalgeneratorn kan även styra strömmen till den momentmotor som är monterad vid utaxeln, så att rotoraxeln återgår till sitt neutralläge. Därvid blir strömmen till momentmotorn ett mått på Ω, och efter integration kan totala vridningsvinkeln kring inaxeln erhållas.

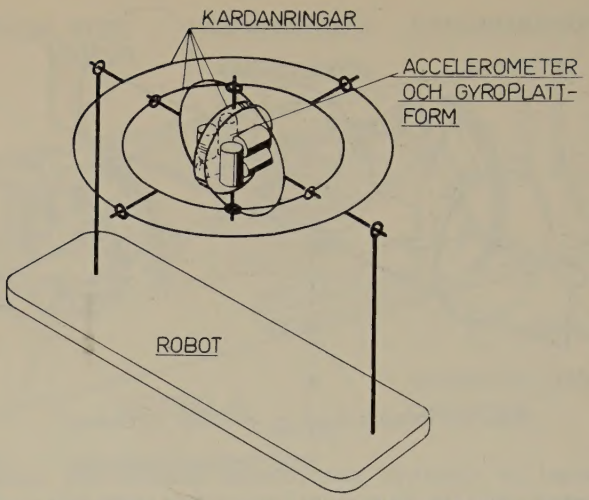


Fig. 3. Fixstjärneorienterad tröghetsplattform.

Momentmotorn på utaxeln användes för initialinställning av gyrot. Genom att innercylindern är hydrostatiskt utbalanserad kommer utaxelns lager icke att upptaga nämnvärda radiella belastningar, då gyrot accelereras, och man kan använda juvellager.

En viss uppfattning om tillverkningsnoggrannheten hos den mest högklassiga gyrotillverkningen erhåller man ur uppgifterna att utaxeln och rotoraxeln kan göras ortogonala med en noggrannhet av ca 1 bågsekund och att innercylinderns obalansmoment med avseende på utaxeln under tyngdens inverkan är av storleksordningen 1 dyn cm.

Den gyrobärande referensplattformen kan trimmas och systematiska fel, såsom obalansmoment hos gyrona, kan efter prov kompenseras. Sålunda kan man kompensera ett känt tyngdpunktsfel hos innercylindern genom att på utaxelns momentmotor applicera ett av systemets acceleration övervakat moment. Därest referensplattformen på dylikt sätt kompenserats för systematiska fel, kommer dess standardavvikelser för dess drift att växa proportionellt mot kvadratroten ur tiden. Det finnes nu i USA plattformar under produktion, vilkas drift under en timmes gångtid understiger 5 bågsekunder, motsvarande ett positionsfel under 150 meter.

I figur 3 visas en principskiss av en gyroövervakad tröghetsnavigator. Denna navigator har en plattform, som övervakas av tre gyroskop med ortogonala inaxlar. Plattformen strävar att hålla ett fixstjärnebundet läge genom att gyrosignalerna styr momentmotorer på kardanringarnas axlar. Utslagen från tre på plattformen apterade

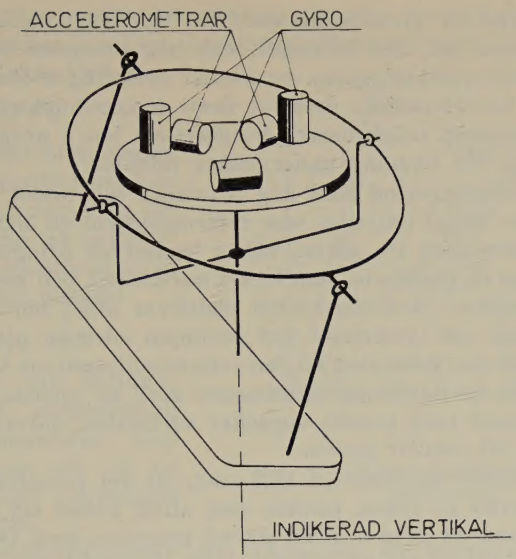


Fig. 4. Horisonterad tröghetsplattform.

accelerometrar med ortogonala mätriktningar integreras i en computer, varigenom positionsändringen såväl relativt fixstjärnorna som relativt jorden kan bestämmas.

Principen enligt figur 3 har en mycket begränsad användning, främst för ballistiska missiler och robotar, som behöver övervakas högst någon minut. Orsaken härtill är, att accelerometrarna, förutom av accelerationer även kommer att belastas av tyngdkraften, och man kan som bekant icke genom mätning i en punkt separera accelerationen relativt jorden från tyngdens acceleration. Nu tillgängliga accelerometrar kan icke mäta accelerationer med mer än fyra à femsiffrig noggrannhet, varför accelerationer under 10^{-3} à 10^{-4} m/sek^2 icke skulle observeras. Denna onoggrannhet skulle i och för sig medföra ett positionsfel av ca 1000 meter efter en timmes flygning, alltså avsevärt större än gyrodriften medför. I denna anordning har man alltså ingen större anledning att under längre tid utnyttja möjligheten av hög precision hos referensriktningarna.

Man kan undvika denna olägenhet genom att plattformen styres så, att den är horisontell. Två accelerometrar mäter accelerationens horisontella projektion, medan tyngden övervakas på ett klassiskt sätt genom en alitmeter (se figur 4). I detta fall noteras referenssystemets vridning genom uppmätning av den ström, som måste tillföras mo-

mentmotorerna på gyronas utaxlar. Vid flygning kommer då dessa momentmotorer att vara belastade, och hög precision vid konserveringen av referensriktningarna förutsätter synnerligen stabila och väldefinierade karakteristiska data för dessa momentmotorer. Ett dylikt två-accelerometrigt tröghetsnavigeringssystem har i praktiken endast tillämpningar vid flygning under några minuter.

Vid tröghetsnavigering med hög precision och under lång tid (30 min. till flera dygn) utnyttjas som referenssystem en fixstjärneorienterad plattform med tre gyron, vilkas inaxlar är ortogonala. Därutöver har man en plattform, som hålles horisontell, och som övervakas av accelerometrar. Med horisontell plattform avses här antingen en plattform, som står vinkelrätt mot lodlinjen eller en plattform, som står vinkelrätt mot normalen till den referensellipsoid, på vilken jorden kartlagts. Den horisonterade plattformen skall ha egenskapen, att den som en dämpad tung pendel uppsöker vertikalen, därest dess ytterhölje hålles till relativt jorden.

Tysken Schuler påvisade på 1920-talet, att det *principiellt* är möjligt att tillverka en fysisk pendel, som alltid håller sig vertikal vid rörelse på konstant höjd över en sfärisk homogen jord. Därest jorden icke kan antas vara sfärisk och homogen, så skulle man genom kontrollerad övervakning av pendelns dimensioner få pendeln att bibehålla ett vertikalt läge. Därest tröghetsellipsoiden med avseende på upphängningspunkten är sfärisk, så skall pendeln dimensioneras så, att dess svängningsperiod blir 84 min. 15 sek., dvs. samma svängningstid, som man erhåller för en oändligt lång matematisk pendel, som svänger i jordens inhomogena tyngdkraftfält. En dylik fysisk pendel är i praktiken omöjlig att realisera. Därest pendelns dimensioner vore av storleksordningen 1 meter, så skulle avståndet mellan upphängningspunkten och masscentrum vara av storleksordningen 100 Ångström, och detta avstånd skulle vara bestämt på 4 siffror när. Alltså orimligheter.

Man kan emellertid med en kardanupphängd plattform bärande accelerometrar och av accelerometrarna styrda momentmotorer på kardanringarnas axlar i viss mening avbilda Schuler-pendelns dynamik.

Vi skall studera huru en Schuler-avstämning av en plattform kan gå till i ett enkelt fall.

Antag jorden är sfärisk och homogen. Tröghetsnavigatorn rör sig på konstant höjd över en storcirkel till jorden. Den Schuler-avstämda plattformen är vridbar kring en axel, vinkelrätt mot storcirkelns plan, och vridningen sker med hjälp av en momentmotor, som skall styras av informationer om plattformens läge och rörelse. Vi antar att det finnes en plattform, som ger ett fixstjärnebundet koordinat-

system. Vi inför polära koordinater (R, ϑ) i storcirkelns plan och antar att R hålles konstant. Schuler-plattformen antas bilda en vinkel ψ med vertikalen. Vinkeln

$$\theta = \vartheta + \psi$$

mellan Schuler-plattformen och referensplattformen kan uppmätas och utnyttjas för styrningen. En på Schuler-plattformen monterad accelerometer ger utslaget

$$a^* = g\psi - R\ddot{\vartheta}$$

Vi antar att Schuler-plattformens masscentrum ideellt sammanfaller med vridningsaxeln och att fel härvidlag ingår i systemets störningskällor.

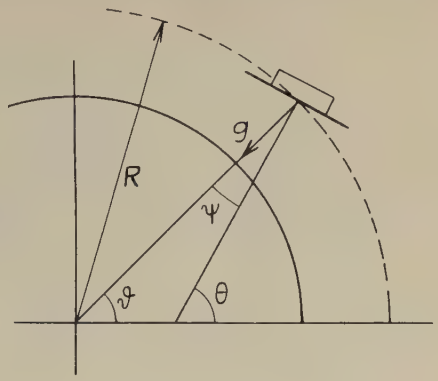


Fig. 5. Schuler-avstämning av en plattform.

På Schuler-plattformens axel appliceras ett återförande moment, M, som styrs såväl av a^* som θ, och vi antar att detta moment har formen

$$M = F_1(a^*) + F_2(\theta)$$

Dessutom tillkommer ett störmoment, $M_{stör}$. Välj

$$F_1(a^*) = -k_1 a^*, \quad F_2(\theta) = -k_2\ddot{\theta}$$

där k_1 och k_2 är konstanter. Momentekvationen med avseende på vridningsaxeln ger

$$(J + k_2)\ddot{\psi} + k_1 g\psi = (k_1 R - J - k_2)\ddot{\vartheta} + M_{stör}$$

Väljes k_1 och k_2 så, att

1) $$k_1 R = J + k_2 \qquad \text{(Schuler-avstämning)}$$

erhålles

2) $$\ddot{\psi} + \frac{g}{R}\psi = \frac{M_{stör}}{J + k_2}$$

Därest k_2 vore noll, skulle det bli tekniskt mycket svårt att få ett lämpligt värde på k_1 enligt ekv. 1). Nu väljes $k_2 \gg J$ genom hög elektrisk förstärkning av θ-signalerna, och man kan trots faktorn R i ekvation 1) få ett acceptabelt värde på k_1. Samtidigt kommer inverkan av störmomentet enligt ekvation 2) att avta med växande k_2.

Därest inverkan av störmomenten försummas, kommer plattformen vid svängningar att satisfiera ekvationen

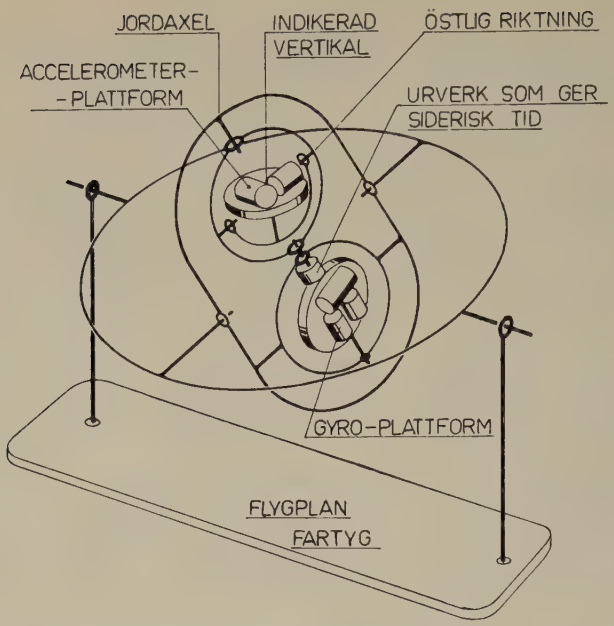


Fig. 6. Tröghetsnavigering med en horisonterad och en fixstjärneorienterad plattform.

$$\ddot{\psi}+\frac{g}{R}\psi=0$$

Detta är formellt svängningsekvationen för en matematisk pendel med jordradiens längd. Svängningstiden blir

$$2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}=84 \text{ min. } 15 \text{ sek.}$$

I praktiken skall en tröghetsnavigator förflyttas godtyckligt över jorden. Man har då en Schuler-avstämd plattform bärande två accelerometrar, och plattformen kan styras så, att en accelerometer alltid har nord-sydlig riktning och den andra är riktad ost-väst. Arrangemanget i detta fall framgår av principskissen i figur 6. Positionen erhålles genom uppmätning av vinklarna mellan accelerometerplattformens normal och gyroplattformen.

De vid tröghetsnavigering använda accelerometrarna kan vara av relativt konventionell typ. Professor Draper har även lancerat en integrerande accelerometer, som bygger på det vätskeupphängda gyroskopets princip (se figur 7). På rotoraxeln finnes en tyngdobalans. Vid

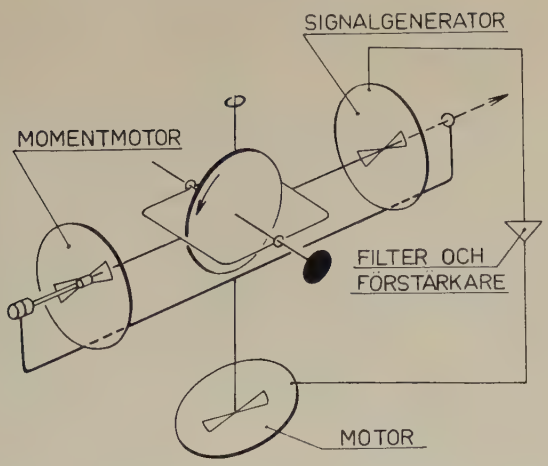


Fig. 7. Integrerande accelerometer enligt Draper.

acceleration i inaxelns riktning erhålles en vridning kring utaxeln. Denna vridning ger en signal, som styr en motor på inaxeln så, att rotoraxeln återföres till sitt neutralläge. Gyroanordningens vridning kring inaxeln blir då proportionell mot integralen av accelerationen. Denna integral kan direkt användas vid en Schuler-avstämning, något mer avancerad än den ovan beskrivna.

Tröghetsnavigeringen, som väl ursprungligen utvecklats med tanke på flyg- och robottekniska tillämpningar kommer säkerligen att få stor betydelse för navigering till sjöss. U-båtar kan i undervattensläge icke navigera med radiotekniska hjälpmedel, och de omskrivna planerna att bygga kommersiella lastubåtar för oceanfart förutsätter att tröghetsnavigeringssystem finnes att tillgå. Även den civila flygtrafiken torde komma att inom en nära framtid utnyttja tröghetsnavigering.

Här har endast givits en högst schematisk beskrivning av tröghetsnavigeringens idé. Den eftersträvade höga precisionen medför, att mängder av detaljer måste ägnas ett stort intresse och forskning måste sättas in. Sålunda måste man ta hänsyn till att lodlinjen icke sammanfaller identiskt med normalen till den ellipsoid, på vilken kartorna uppritas och där longitud och latitud bestämmes, och lodlinjeanomalierna bör kartläggas med en noggrannhet, räknad i bågsekunder. Detta har medfört att tröghetsnavigeringen i allra högsta grad stimulerat den geodetiska forskningen.

Realskolematematikens förnyelse

Reflexioner kring nyutkomna läroböcker

Av lektor Sven Hilding, Stockholm

Det är i och för sig inte märkligt, att kursinnehållet i matematik i realskolan ej undergått några större förändringar på många decennier. När skolans administration är så centraliserad som i Sverige, där skolöverstyrelsen utfärdar direktiv för *vad* som skall läsas, *när* det skall läsas och *hur* det skall läsas,[1] så medför detta ganska oundvikligt en viss orörlighet i kursgestaltningen. Man kan med olika värdebetonade ord karakterisera det som »likriktning» eller »garanterad standard», alltefter egen inställning. Här skall bara understrykas, att den naturliga konsekvensen av detta förhållande måste bli ganska långsamma reformer av kurserna: ansvaret för ett så stort område som hela landet medför givetvis en tveksamhet, då det gäller förändringar. In dubio non est agendum.

Detta påverkar i sin tur läroboksförfattare och förlag, och någon förnyelse av läroböckerna i matematik har inte skett på mycket lång tid, vilket också avspeglat sig i deras exempel, där en tjänsteman klarat sig på 3000 kr per år och automobilerna kommit upp i den svindlande farten 25 km/tim, medan smöret betingat det facila priset 1,50 kr per kg.

Möjligen på grund av enhetsskolans framväxt och med anledning av den treåriga realskolans start har det emellertid nu börjat röra på sig även bland matematikläroböckerna för realskolan. Sålunda har under senaste åren utkommit: *Cederstrand*, Matematik för realskolan (Fritzes Bokförlag), *Ekman-Unenge*, Matematik (Bergvalls Bokförlag), *Hedström-Öije*, Aritmetik och ekvationslära (Svenska Bokförlaget/Bonniers) och *Wahlström-Olsén*, Räknebok (Svenska Bokförlaget/Norstedts). Dessa böcker betecknas i fortsättningen med respektive C, EU, HÖ och WO. Författarna har i en del fall utgivit olika versioner av böckerna, tillrättalagda för realskolan eller för enhetsskolans alternativkurser. Här skall endast behandlas de som är avsedda för den treåriga realskolan, som ju kommer att vara realskolans huvudform ett antal år framöver. Traditionellt förekommer i realskolematematiken en uppdelning av ämnet i å ena sidan aritmetik, ekvationslära och algebra, å den andra geometri. I denna uppsats blir det inte tal

[1] De senaste metodiska anvisningarna för realskolan erbjuder ett storartat exempel, Aktuellt från SÖ 1958, sid. 362—366.

om läroböckerna i geometri, ett ämne som vore förtjänt av en särskild studie, utan jag skall inskränka mig till de böcker, som behandlar den övriga delen av kursen, alltså de fyra ovan nämnda.

I *kursplanerna* för den treåriga realskolan (Aktuellt från SÖ 1957, sid. 294) heter det om matematikundervisningens mål helt lakoniskt, att den »har till uppgift att, på grundval av vad som inhämtats i folkskolan, bibringa lärjungarna kunskap och färdighet i räkning med tillämpning på skilda uppgifter, särskilt av praktisk art, samt göra dem förtrogna med geometrins elementära begrepp och metoder». Den efterföljande kursfördelningen är föga mindre allmänt hållen, och jag citerar den i dess helhet (utom i vad som rör geometrin), enär den ger de grundläggande normer, som en läroboksförfattare har att rätta sig efter. 1^3: »Repetition av den i folkskolan genomgångna bråkläran och övningar i användning av sorter. Enkla sifferekvationer av första graden med en obekant jämte tillämpningsuppgifter. Huvudräkning.» 2^3: »Fortsatt behandling av ekvationer av första graden med en obekant jämte tillämpningsuppgifter. Enkla användningar av de fyra räknesätten på bokstavsuttryck. Uppdelning i faktorer av andragradsuttryck även enligt konjugat- och kvadreringsreglerna. Uppritning och avläsning av enkla diagram. Huvudräkning.» 3^3: »Fortsatt behandling av ekvationer av första graden med en obekant och fortsatt räkning med bokstavsuttryck. Det enklaste om växlar, obligationer och aktier. Algebraisk och grafisk lösning av lättare ekvationssystem av första graden med två obekanta. Någon räkning med kvadratrötter. Huvudräkning.» De motsvarande *metodiska anvisningarna* är, som nämnts, ytterst detaljrika, vilket givetvis kan ha sin betydelse i ett läge, där en stor del av undervisningen i matematik bestrids av lärare utan formell, och tyvärr i många fall säkerligen också reell, kompetens.

Det sistnämnda förhållandet har också medfört, att *läroboken* kommit att bli en betydelsefullare faktor i undervisningen. Det är knappast någon överdrift att påstå, att man förr i tiden inte hade några läroböcker i matematik på realskolestadiet — det var fråga om exempelsamlingar för färdighetsövningen, och för själva undervisningen svarade läraren ensam.

Då det gällt att åstadkomma en lärobok i stället för en exempelsamling, har kanske de helt nyskrivna böckerna C och EU haft det gynnsammaste utgångsläget. EU är en regelrätt lärobok, där saker och ting först utreds och förklaras, oftast i anslutning till en konkret uppgift, varefter kommer övningsexempel, där det genomgångna kan tillämpas. Ett pedagogiskt gott grepp är regelbundet återkommande repetitioner (i form av »rutor») av större avsnitt. I C förekommer den förklarande texten sparsammare och formellt »dold» bakom exempel-

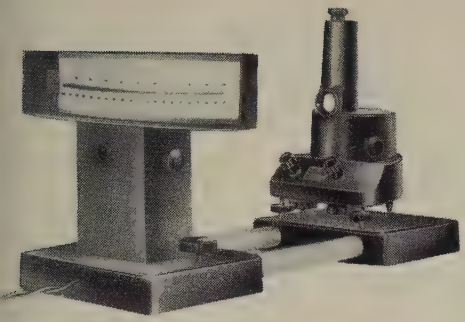
nummer, men en läsare får i alla fall på ganska många ställen förklaringar till varför man vid behandlingen av olika matematiska problem bör göra på det ena eller andra sättet. HÖ och WO, som i sina tidigare mera exempelsamlingsartade former ensamma dominerade marknaden, har genomfört förvandlingen till läroböcker på ganska olika sätt. I HÖ är i första delen ett stort parti förklarande text samlad i mitten av boken och satt med finare stil; i anslutning till ekvationsläran finns smärre partier förklarande text, men i övrigt förekommer förklaringar sparsamt. I WO förekommer däremot utredningar och förklaringar i mycket riklig omfattning mellan övningsexemplen. WO har dessutom numrerade s. k. överkursmoment, vilka tillsammans omfattar nästan en tredjedel av boken.

Antalet övningsexempel är minst i C, men enligt min mening fullt tillräckligt även där. Man hör ibland den åsikten, att en räknebok för realskolan knappast kan innehålla för många exempel (»man måste ju ha något att sysselsätta de duktigare med»). Jag tror, att där lurar en viss fara, i synnerhet för den orutinerade läraren. Det är en trivialitet, som man nästan måste be om ursäkt för, att påpeka, att behållningen hos eleverna av en matematiklektion inte står i proportion till antalet genomgångna exempel (= »räknade tal»!). I realskolan kan man i allmänhet förutsätta, att en klass är någotsånär homogen i begåvningshänseende, så att det bör vara möjligt att bedriva klassundervisning med hela klassen i stort sett samlad kring gemensam undervisning, avbruten av individuell räkneträning. Om det gemensamma resonemanget i klassen, med heuristisk metod lett av läraren, upptar låt oss säga halva lektionstiden, och resten ägnas åt individuell övningsräkning, bör det mycket väl räcka med ca fem hundra exempel per årskurs, såsom i C. Antalet exempel är f. ö. i EU av storleksordningen 8, i HÖ 9 och i WO 7, allt räknat i hundratal per årskurs.

Kursens ena huvuddel i 1^3 är repetitionen och avslutningen av aritmetiken, den andra är ekvationsläran. Detta avspeglar sig tydligast i C, som ägnar ungefär lika stort sidantal åt vartdera området, medan i de övriga böckerna ekvationsläran upptar det proportionsvis betydligt större utrymmet. Det är visserligen sant, att man får tillfälle att öva och tillämpa aritmetik i samband med ekvationslösning, men nog förefaller mig 7 sidor i EU åt aritmetiken väl kort jämfört med det hundratal sidor, där ekvationslösning förekommer. Man kan nog inte utgå från, att alla elever från folkskolan som kommit in i realskolan är säkra i aritmetik. Enligt min mening finns det dessutom anledning att rent generellt minska något på ekvationslösandet i realskolan. Sedan gammalt (man är frestad att säga: av gammal ovana) förekommer ju ekvationsmetoden i realskolan i åtskilliga samman-

Rühstrat

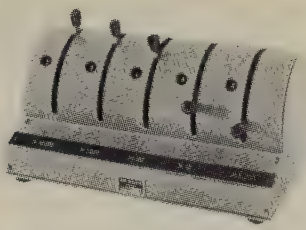
Spegelgalvanometrar



spegelgalvanometer
typ KSGL

Mätmotstånd

motstånd typ EM
klass 0,2



dekadmotstånd typ HDW
klass 0,1

Regleringsmotstånd

skjutmotstånd typ SAP
med fastcementerad
lindning

vridmotstånd typ RW
även plåtkapslade

Dessutom:
mätbryggor
vridtransformatorer
laboratorieugnar
polskruvar m. m.

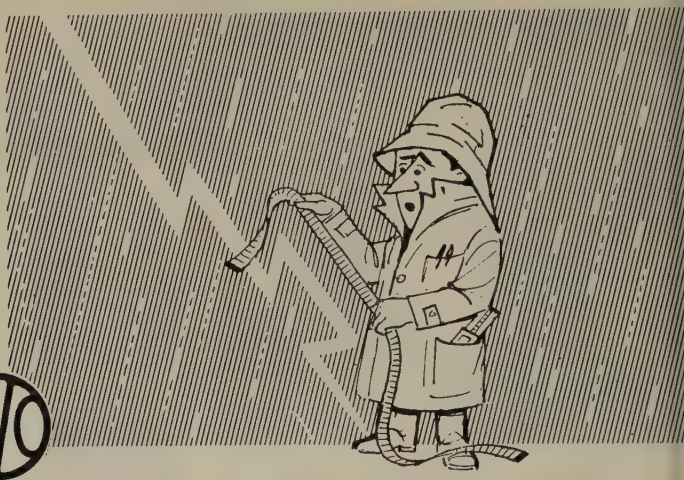
Kontakta oss för närmare upplysningar!

Generalagent

INGENJÖRSFIRMA **GEMAG** AKTIEBOLAG

Kungsgatan 32 - Telefon 21 75 75, 11 83 17 - Stockholm C

Har Ni rätta utrustningen för elektriska mätningar ?



AVO

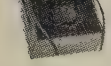
AVO-instrument

för att vara exakt

AVOMETER MOD. 8 är det rätta universalinstrumente för den anspråksfulle teleteknikern. Det är lätt att handha lätt att avläsa, har god noggrannhet och tål tack vare e robust konstruktion och ett speciellt överbelastningsskyd alla rimliga elektriska och mekaniska påfrestningar. AVO är högohmig, 20000 Ω/V, har polvändare, spegelskala oc 28 mätområden. Mäter även växelström upp till 10 A. Fö 25 kV likspänning finns separat tillsats.

Obs. sänkt pris
Nu kr. 425:–
Beredsk.väska Kr. 45:–

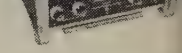
Begär prospekt med närmare uppgifter om AVO 8 och övrig AVO-instrument.



AVOMETER MOD. HD är det rätta instrumentet för den fordrande starkströmsteknikern. 1000 Ω/V, lik- o. växelström 10 A. Kr 285:–

AVO MULTIMINOR MOD. 1, 10000 Ω/V, 19 mätområden. Det rätta universalinstrumentet i fickformat för varje serviceman. Kr 95:–

AVO RÖRVOLTMETER MOD. E med LF uteff.-meter, 56 mätområden, l:ksp. 250 mV — 10000 V, väskmodell. Kr 860:–



AVO RÖRMÄTBRYGGA MOD. V/3 mäter "kön ditionen" hos alla stan dardrör och upptar deras karakteristikor. Kr 1250:–

SRA

SVENSKA RADIOAKTIEBOLAGE

Alströmergatan 14 — Stockholm 12 — Tel. 22 31 40
Filialer i Göteborg, Malmö, Norrköping, Sundsvall, Örebro

hang, där den är skäligen överflödig, för att inte säga opraktisk; det klassiska exemplet ger procentberäkning, såsom i uppgiften: »Vid ett prov blev av 120 deltagare 42 underkända. Hur stor var kuggningsprocenten?» En sådan uppgift skall inte behöva en omständlig lösning av typen »Antag, att x % blev kuggade; $\frac{x \cdot 42}{100}=120$ etc. ...», utan där bör man enligt min mening direkt skriva upp: »Den kuggade delen utgjorde $\frac{42}{120}=0{,}35=35$ %». Om divisionen vid förvandlingen till decimalbråk inte går jämnt upp, avkortar man till hundradelar, så att man får en heltalig procentangivelse. (Svar av typen $28\,{}^{3}/_{7}$ % är en styggelse att se, men blott WO tycks härvidlag dela min uppfattning.) Denna tankegång för beräkning av procenttal finns ordentligt genomförd i WO och antydd i C — men kapitlet om procenträkning kommer i C likväl först sedan ekvationslösning är genomgången. I EU rekommenderas enbart ekvationsuppställning, och i HÖ behandlas hela denna fundamentala problemställning praktiskt taget inte alls. Allmänt kan nog sägas, att man av samtliga läroböckers behandling av ekvationsläran ofta får intrycket, att det mera gällt att finna tillämpningsområden, där ekvationslösning *kan* användas, än att sätta in ekvationslösning som metod på de ställen där den är naturlig. Skräckexemplet därvid står i HÖ: »Hur mycket är 5 % av 300 kr?» (Ex. 46, sid. 81, tillämpning på ekvationsmetoden!!). För att återknyta till aritmetiken i 1^3, så innebär ju det mesta av den en repetition av folkskolans kurs, med en uppstramning i två hänseenden: säkerhet i korrekt terminologi samt ordentlig förståelse för de olika räkneoperationerna. I synnerhet torde division mellan två allmänna bråk behöva förklaras ordentligt. En utmärkt förklaring göres i WO, med anknytning till heltalsdivision. I HÖ finns regeln angiven, utan någon förklaring, och i C och EU saknas varje antydan till ens regeln. EU ägnar allt som allt 7 rader åt saken, medan man i C, efter en ganska utförlig och instruktiv repetition av addition av allmänna bråk, utan några som helst övergångar kastas in i fruktansvärda dubbelbråksuttryck av en typ, som enligt min mening endast framkallar psykisk uttröttning eller i värsta fall matematikskräck, och som följaktligen borde vara bannlysta ur läroböckerna; jag citerar som typexempel (128 a):

$$\frac{\left(7\frac{1}{7}+1\frac{1}{2}\right):\left(1-\dfrac{3\frac{1}{5}}{3\frac{1}{2}}\right)}{6\frac{1}{2}:4\frac{1}{3}+21\frac{2}{7}\cdot 4\frac{2}{3}}$$

Ansatser till dylika uppgifter finns, huvudsakligen inom överkursområdena och inte så extremt utformade, även i HÖ och WO; i EU är man helt befriad från dem.

Ett begrepp som i mer eller mindre framträdande form spelar en dominerande roll i hela realskolans kurs i matematik, är proportionalitet. Reguladetri, procenträkning, bolagsräkning, »hastighetstal» (= uppgifter på likformig rörelse), blandningsräkning — allt är exempel på lineära approximationer av verkligheten, alltså proportionalitet. Ett absolut krav på en matematiklärobok på realskolestadiet måste därför enligt min mening vara, att den behandlar detta begrepp ingående. Den enda som uppfyller minimikraven härvidlag är WO, där begreppet proportionalitet är utrett och lämpligt exemplifierat. HÖ saknar varje antydan om saken, i C nämnes »proportionella tal» och antydes (i efterhand) sambandet med reguladetrin, och i EU omnämnes begreppet men hopkopplas, liksom i C, nästan uteslutande med bolagsräkning.

När det gäller ekvationsläran är det två steg som är avgörande för elevernas förståelse — två steg som de *måste* begripa, om inte allt skall bli ett mekaniskt hokus-pokus. Det första är det aritmetiska resonemanget: ekvationen $2x=1$ har lösningen $x=\frac{1}{2}$, därför att $2\cdot\frac{1}{2}=1$. Det andra gäller termreduktioner och likheter, alltså att förstå, *varför* $5x-4=3x-3$ leder till $2x=1$. Är dessa två punkter helt klarlagda, följer det övriga i ekvationslösningen utan större svårigheter. I EU, som överhuvudtaget genomgående är mycket noggrant upplagd med mönsterlösningar för de vanligast förekommande problemtyperna, något av en realskolematematikens »kokbok», anses det aritmetiska resonemanget vara ett passerat stadium, vilket just i EU får anses särskilt fatalt, eftersom aritmetiken själv är så styvmoderligt behandlad. Sorgligt nog spelar »flyttning» en dominerande roll som »räknesätt» (av svaga elever kan det uppfattas som ett femte räknesätt) redan mycket tidigt; visserligen introduceras det via en subtraktion, men risken för att eleverna uppfattar flyttningen som en regel »så gör man» förefaller mig stor. Däremot är reduktion av termer förnuftigt införd: »$2x$ betyder $x+x$; $3x$ betyder $x+x+x$; $2x+3x$ betyder således $x+x+x+x+x$, alltså $5x$» — det är välgörande att sakna hänvisningar till 2 äpplen plus 3 äpplen o. dyl. I C förbigås ävenledes det aritmetiska resonemanget med tystnad, däremot betonas som gemensam metod vid lösning av ekvationer av typen $ax+b=c$ (med sifferkoefficienter), att *samma räkning* skall göras i bägge leden, tills x blir ensamt i ena ledet. (Detta förfaringssätt är i HÖ angivet på ett uppstyltat, ålderdomligt maner, påminnande om en euklidesöversättning.) Reduktion av termer lämnas däremot oförklarad i C — det enda som förekommer är en fråge-

ställning: »Vad är $7 \cdot 6 - 2 \cdot 6$? Är det $5 \cdot 6$? Vad är $7 \cdot x - 2 \cdot x$?» — alltså ett rent suggestionsförfarande, som lämnar en oerfaren lärare (för att inte tala om elev) helt i sticket. HÖ är helt utan förklaring även på denna viktiga punkt; dessutom talas det i HÖ om överflyttning av termer, något som C förtjänstfullt undviker. I HÖ nämns aritmetiskt resonemang som metod, men tyvärr på en så undanskymd plats, att det knappast kommer till sin rätt. Endast i WO förekommer en grundlig repetition av metoden med aritmetiskt resonemang för att lösa en enkel ekvation, och i nära anslutning därtill framföres metoden med samma räkning i bägge leden (besynnerligt nog dock endast med betonande av multiplikation och division). Även reduktion av termer visas korrekt och pedagogiskt förtjänstfullt. Metoden »överflyttning» presenteras sist och med tydligt markerande av att det i själva verket rör sig om addition eller subtraktion.

Man väntar sig av en elev som lämnat realskolan säkerhet i aritmetik och ekvationslösning och någon bekantskap med bokstavsräkning. Dessutom tycker jag att man har rätt att fordra ett uppodlat omdöme, då det gäller att hantera approximativa tal. Det är ju dock så, att det oftast i matematikens tillämpningar blir fråga om närmevärden på mätetal. Jag berörde saken nyss i samband med procenttalsangivelser, och ännu mer åskådligt framträder kanske vad jag syftar på i den klassiska historien från British Museum, där ciceronen visar på en mumie och säger att den är 3000 år gammal, varpå en besökare replikerar, att den måste vara 3005 år, för när han var här för 5 år sedan, var mumien 3000 år. Man bör i realskolan alltså få lära sig avrundning av tal, några grundregler för hur man lämpligen anger resultatet av en räkning med närmevärden, och överhuvud handskas med omdöme med sifferrika tal. Ett utmärkt område för tillämpningar innebär överslagsberäkningar, där också huvudräkningen kan uppövas. (Huvudräkningen tycks f. ö., alla metodiska anvisningar till trots, inte riktigt ha den ställning den borde ha. Det är ju dock så, att i grund och botten *all räkning är huvudräkning* — skrivna räkneuppställningar ger bara metoder att dela upp räkningen i smärre huvudräkningsavsnitt.) Ingen av de fyra läroböckerna är särskilt utförlig i fråga om räkning med närmevärden. HÖ har den mest ingående utredningen, tyvärr först i sista årskursen, vilket beror på att den liksom i EU är hopkopplad med irrationella tal, vilket ju inte alls är vare sig nödvändigt eller lämpligt. WO berör frågan i samband med angivelse av mätetal, men är mager, då det gäller att ange resultatet av räkningar med närmevärden; endast överkursen innehåller några exempel härpå. För mig framstår det som en grundläggande färdighet, som behöver ordentligt inövas, att t. ex. kunna ange en tomtareal till 970 m² (och inte 969,705 m²), om tomten är

rektangulär och sidorna mätts upp till 32,65 m och 29,7 m. Hos HÖ framträder gång efter annan en övertro på »exakta» svar (t. ex. del 3, sid. 66).

Ett annat område av realskolematematiken, som ger god medborgerlig bildning, är kapitlet om grafisk framställning, alltså konsten att läsa (och rita) diagram. Detta är ur teoretisk synpunkt mångsidigt behandlat i WO (sektor-, stapel-, linjediagram; ingående studium av den grafiska framställningen av en bils inbromsning), men antalet övningsuppgifter är dock alldeles för litet. I EU och HÖ behandlas endast linjediagram, och särskilt EU har flera trevligt behandlade rörelseproblem. C sysslar både med stapeldiagram och linjediagram, och exemplen är hämtade från så varierade och aktuella områden som flygtrafik, planetsystem, skatter och levnadskostnader. Antalet övningsexempel kunde enligt min mening vara större hos alla tre. Men kanske området inte anses »matnyttigt» ur examenssynpunkt?

Jag har uppehållit mig relativt ingående vid en del moments behandling i de olika böckerna, dels därför att de synts mig särskilt viktiga, dels därför att de på olika sätt karakteriserar varje bok i stort. Behandlingen av mera räknetekniskt betonade områden, såsom bokstavsräkning, ekvationssystem, kvadratrötter, rörelseproblem, skiljer sig naturligtvis inte så mycket de olika böckerna emellan.

Givetvis är alla fyra böckerna mycket användbara i undervisningen, och egentligen borde varje lärare pröva var och en av dem, ty det är ju först sedan man använt en bok i en klass, som man riktigt vet vad den går för. För övrigt är det ju med böcker som med människor, de har fel och de har förtjänster, och uppskattningen av dessa varierar i omvärlden. Vad jag särskilt uppskattat vid läsningen av de fyra har varit de stimulerande okonventionellt komponerade exemplen hos C och grundligheten och mångfalden synpunkter hos WO.

Skolförsök med radioaktiv strålning

Av lektor Bengt Liljeqvist, Stockholm

I denna uppsats skall beskrivas några enkla försök med radioaktiv strålning, försök som ej kräver alltför avancerad och dyrbar apparatur. Min strävan har ej varit att framlägga originalexperiment utan fastmer att ge en sammanställning av försök, som verkligen kan utföras i skolan.

1. Spintariskopet består som bekant av en lins och en skärm bestruken med en blandning av lysfärg och något radioaktivt ämne. Man kan lätt förfärdiga en dylik apparat själv, men enklare är att ta en klocka med självlysande siffror och betrakta den genom en lupp eller ett mikroskop med 20 à 50 gångers förstoring. Det måste vara fullständigt mörkt i rummet, och man bör vänja ögonen vid mörkret några minuter. Man ser enskilda atomers sönderfall som små ljusblixtar.

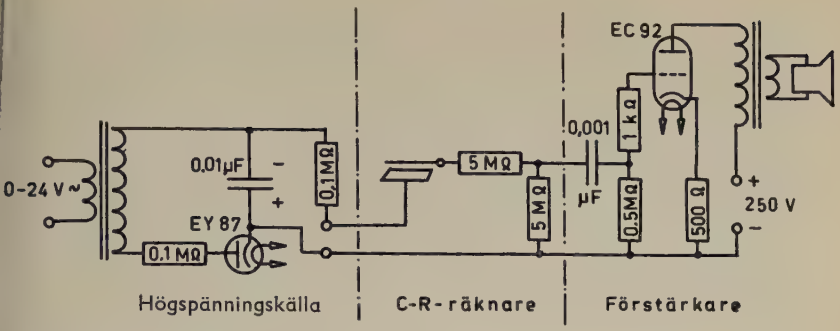
2. Wilsonkammare finns i flera utföranden för skolbruk. Vanligast är numera den kontinuerliga typen (kostar ca 90 kr). Den kan utgöras av en burk av plexiglas med botten av svartmålad metall. Bottnen kyles med kolsyresnö. I burkens lock sitter en filtring. Denna fuktas med alkohol-vatten-blandning (något mer alkohol än vatten, rödsprit eller metanol duger), som kommer att destillera över till den kylda bottnen. Någonstans mellan botten och lock kommer då att uppstå ett område med övermättad ånga. Ett radioaktivt preparat (pechblände), som införes i detta område, omges då av spår efter α-partiklar, som preparatet utsänder. Preparatet brukar sitta excentriskt; man höjer och sänker det genom att vrida det tills bästa resultat erhålles. Man bör titta på spåren uppifrån med den svarta bottnen som bakgrund och belysa kraftigt från sidan. Det är viktigt, att kammaren står vågrätt under försöket, annars driver spåren. Man måste också vänta några minuter efter iordningställandet, så att »jämvikt» hinner inträda. Att lägga en elektrisk spänning mellan lock (ev. preparat) och botten för att gamla spår snabbare skall försvinna är i allmänhet inte nödvändigt.

3. Urladdning av elektroskop. En elektrostatisk voltmeter eller ett elektroskop uppladdas med en gniden lackstav. Närmas ett α-preparat, sker snabbt en urladdning. Upprepa försöket, men ladda med motsatt tecken med en glasstav. Även då sker urladdningen på samma sätt. Urladdningen beror tydligen ej på α-partiklarnas egen laddning utan på de joner av skilda slag, som bildas längs α-partiklarnas väg.

4. Chang-Rosenblum-räknaren är ett slags mycket enkelt Geiger-Müller-rör. Den består av en platta, ca 1×2 cm², lämpligen av rostfritt stål. Ca 0,3 mm över plattan är en tunn volframtråd (0,2 mm) spänd noga parallell med plattan. (Finns att köpa lämpligt monterat för ca 30 kr.) Plattan anslutes till negativa polen och tråden i serie med ett motstånd på 10 MΩ (eller bättre två seriekopplade motstånd på 5 MΩ) till positiva polen på en spänningskälla, som inställes på så hög spänning, att man ligger strax under gränsen för ett överslag. Om nu ett α-strålande preparat (t. ex. 10 μg radium) närmas till anordningen, så att en α-partikel kan tränga in mellan tråd och platta, kommer en urladdning till stånd på grund av de talrika luftjoner α-partikeln lämnar i sin väg. Urladdningen släckes automatiskt, eftersom urladdningsströmmen passerar det stora seriekopplade motståndet, och spänningsfallet i detta blir så stort, att spänningen i räknaren ej räcker för att upprätthålla urladdningen. Man ser urladdningen som en ljussvag gnista och hör en svag knäpp.

Den erforderliga spänningen belöper sig till 2000 à 2500 V. Denna högspänning kan alstras av en vanlig experimenttransformator. Primärspolen kan vara på ca 50 varv och matas med 0—24 V växelström från en »likriktarkub» med kontinuerlig reglering. (Har man endast tillgång till en »kub» med stegvis reglering, kan man koppla in ett skjutmotstånd i serie med spolen för finreglering. Man kan naturligtvis också välja en primärspole med högre varvtal och mata den från en vridtransformator eller från seriekopplade »kuber»; i senare fallet måste man övertyga sig om att kuberna samverkar.) Sekundärspolen bör vara på ca 12 000 varv. Den högspända växelströmmen likriktas av en lämplig diod (EY 87) och filtreras av en kondensator på ca 0,01 μF. Två skyddsmotstånd bör helst vara inkopplade i kretsen, se figuren. Likriktarröret måste få sin glödspänning från en spänningskälla, som är isolerad för den höga spänningen, lämpligen en transformator (ej utritad). (Likriktarrör med glödströmstransformator, kondensator och skyddsmotstånd, dimensionerat för spänningar upp till 10 kV, översiktligt monterat på platta, och således användbart även för åtskilliga andra försök, finns att köpa för ca 70 kr.)

De gnistor, som erhålles med Chang-Rosenblum-räknaren syns och hörs rätt dåligt för ett större auditorium. Det spänningsfall, som uppstår i motståndet som kopplats i serie med apparaten, kan man emellertid lätt förstärka med en triod, se figuren, och göra varje α-partikel tydligt hörbar som en knäpp i en högtalare. Trioden kan vara ett EC 92 eller vilken kraftig triod som helst. Glödspänningen får ej tas från samma spänningskälla som likriktarröret. På kopplingsschemat är 10 MΩ-motståndet som förut nämnts uppdelat i två delar. Man behöver då ej välja 0,001 μF-kondensatorn med speciellt god isolation.



Kopplingsschema för Chang-Rosenblum-räknare.

Om högtalaren har ca 5000 Ω impedans, kan den inkopplas direkt i anodledningen; har den låg impedans får man koppla in en transformator, som figuren visar, med exempelvis 10 000 varv i anodledningen och 250 varv anslutna till högtalaren. (Beroende på röret och högtalaren kan andra varvtal visa sig lämpligare, pröva!)

Med Chang-Rosenblum-räknaren kan man bestämma räckvidden för ett α-preparat. (Observera, att preparatet måste hållas så att α-partiklarna kan inträngа mellan tråd och platta; man kan alltså inte hålla preparatet mitt över plattan.) Man kan också visa, att α-partiklars räckvidd i andra ämnen är mindre än i luft. Om man inskjuter ett tunt aluminiumblad (hushållsfolie av 0,02 mm tjocklek), minskas räckvidden. En tjockare plåt (0,1 mm) släpper ej igenom någon strålning. Pröva även andra ämnen!

Chang-Rosenblum-räknaren är bättre för skolbruk än Geiger-Müller-räknaren, som beskrivs nedan, när det gäller räkning av α-partiklar. Den är nämligen inte känslig för β- och γ-strålning, som inte ger tillräcklig jonisering av luften för att ett överslag skall äga rum. Vid experiment kan man därför använda ett preparat, som sänder ut blandad strålning, t. ex. radium. Lämpligt preparat, som är rent α-strålande, går ej att få tag i (polonium har för kort livslängd för skolbruk). Dessutom är hela försöksanordningen synnerligen instruktiv (och billig, då allt utom själva räknaren behövs i andra sammanhang).

5. Geiger-Müller-röret är konstruerat som Chang-Rosenblum-räknaren, med den skillnaden, att plattan utformats som en cylinder runt tråden och på större avstånd från denna. Cylindern är sluten och fylld med neon-argon-brom-blandning av omkring 100 torr tryck. Härigenom blir det känsliga området mycket större och känsligheten utökas till β- och γ-strålning. (Skall känsligheten för α-strålar bibehållas,

måste G-M-röret förses med ett mycket tunnväggigt fönster, vanligen av glimmer.) Röret kan kopplas som Chang-Rosenblum-räknaren, men spänningen måste anpassas efter röret. På ett modernt rör (t. ex. Philips 18504 som monterat kostar 90 kr) behövs det omkring 500 V. Om man har ett nätaggregat med uttag för 500 V och 250 V, kan detta användas till både förstärkare och G-M-rör. (Vänstra delen av figuren bortfaller, cylindern (=plattan) anslutes till den vågräta ledningen längst ned på figuren. Nedre änden på det »lodräta» 5 MΩ-motståndet lossas från denna ledning och anslutes till +500 V; i övrigt oförändrat. Någon justeringsmöjlighet för spänningen behövs ej.)

Med denna anordning kan en rad kvalitativa försök göras. Man kan även göra försöken kvantitativa, om man ansluter G-M-röret till en räknare. Man har här att välja mellan två typer. Antingen kan man ta en integrerande typ, som direkt anger antalet impulser per sekund. (En sådan finns i form av en »kub», som anslutes till standard-nätaggregatet. Till kuben anslutes G-M-röret och ett vanligt demonstrationsinstrument av den i skolorna så vanliga typen med fullt utslag för 10 V och 2 mA. Fullt utslag på skalan betyder då 50 impulser/sekund. Dessutom kan en högtalare anslutas, om man så önskar. Pris för kuben ca 200 kr.) Eller också väljer man en räknare, som anger antalet impulser och använder den tillsammans med ett stoppur. Vid statiska försök kan man då erhålla noggrannare resultat, eftersom tiden för impulsräknandet kan utsträckas godtyckligt. Den billigaste användbara modellen av en dylik räknare kostar emellertid ca 800 kr. Den kan dock även användas tillsammans med en tongenerator för noggranna tidsbestämningar vid kortvarigt försök, exempelvis fallförsök.

Observera, att om G-M-röret skall användas för α- och β-strålning, skall rörets fönster vändas åt det håll, varifrån strålningen kommer, med skyddet borttaget. Skall man räkna γ-strålkvanta, bör strålningen infalla från sidan — γ-känsligheten beror nämligen huvudsakligen på att joniserande β-strålning uppkommer, då γ-strålningen träffar rörväggen. Skyddet bör vara på; om man dessutom omger röret med 2 mm blyhölje, är man säker på, att β-partiklar ej räknas (om man har ett preparat, som ger blandad strålning).

Med endera av ovannämnda anordningar kan en rad försök göras: Man kan undersöka, hur β- och γ-strålning absorberas av olika tjocka skikt av olika ämnen. Lämpliga preparat är 50 μC ^{90}Sr—^{90}Y resp. 100 μC ^{60}Co. Man kan också undersöka, hur γ-strålningsintensiteten avtar med avståndet från preparatet. Ett vackert försök är följande: Man omger ett β-preparat med en kraftig blycylinder med en borrad kanal med 3 mm diameter ledande ut från preparatet. Härigenom får man en tämligen smal β-stråle, som får träffa G-M-röret på ca 15 cm av-

stånd. Man placerar en elektromagnet så att strålen går mellan polskorna. Då strömmen slutes, upphör G-M-röret att räkna, eftersom strålen böjs av i fältet. Man beräknar avböjningsriktningen och letar med G-M-röret rätt på strålen. Som ytterligare försök kan man demonstrera »malmletning» med något mineral (pechblände, kolm m. fl.) samt visa att klockor med radioaktiv lysfärg avger en ganska stark strålning, som tydligen ej är α-strålning, eftersom den tränger genom glaset. Man kan också visa, att ett G-M-rör reagerar för röntgenstrålning, som ju är samma slags strålning som γ-strålningen. (Men sätt inte röntgenröret för nära — strålningen är oerhört stark, jämförd med strålningen från de preparat man brukar använda. Ha ej röntgenröret påkopplat i onödan!)

Vid försök med radioaktiva preparat måste försiktighet iakttas. Man skall aldrig ta direkt i preparaten och ej heller utsätta någon för långvarig inverkan av dem. Därför måste man se till, att damm av preparaten ej genom inandning eller via fingrarna kommer in i munnen. Risken härför är mycket stor, om man använder pulverformiga preparat, som ej är säkert inneslutna. Den som är ovan vid radiologiskt arbete avrådes därför på det bestämdaste från att handskas med t. ex. radioaktiv lysfärg.

Numera finns preparat för skolbruk, som är helt inneslutna och fastsatta i änden på en ca 20 cm lång stativstav, så att man lätt kan hantera dem. Till preparaten hör burkar av bly eller aluminium, som skruvas över preparatänden, då preparaten ej användes. Dessa preparat kostar med skyddsburk ca 140 kr/st. På 50 cm avstånd från det oskyddade preparatet är doshastigheten ej över 0,5 mr/tim (milliröntgen/timme) för det förut nämnda α-preparatet (10 μg radium), 1,5 mr/tim för β-preparatet och 0,3 mr/tim för γ-preparatet. (På mindre avstånd från preparaten ökar doshastigheten snabbt. Den är omkring 25 gånger större på 10 cm avstånd.) Läraren skall själv handha preparaten och tillse, att han ej erhåller större veckodos än 60 mr β-strålning eller 50 mr γ-strålning.

Preparaten skall förvaras under lås, då de ej användas (men naturligtvis ej i giftskåpet tillsammans med kemikalier, där preparatinneslutningen kan förstöras). De får ej heller förvaras nära någons arbetsplats. För användning av preparaten vid skolundervisningen fordras f. n. tillstånd av Medicinalstyrelsens strålskyddsnämnd.

Det tyngdlösa tillståndet

Av civilingeniör Torsten Wilner, Stockholm

Inuti en rymdfarkost, som rör sig fritt, utan pådragen motor, utan bromsande friktion mot omgivningen och utan rotation, råda förhållanden som fått benämningen det tyngdlösa tillståndet. Detta yttrar sig så, att lösa föremål kunna sväva fritt inom det rum där de befinna sig utan tendens till bestämd rörelse i någon riktning. Obetydliga impulser äro tillräckliga för att få föremålen att »vimla omkring» i rummet. I experimentfilmer, tagna i flygplan under fri kastparabelrörelse ha vi sett hur besättningen rör sig omkring i kabinen ungefär som grodmän i vatten. Förutsättningen för att detta tillstånd skall inträda är att alla fria delar inom systemet på ett likvärdigt sätt påverkas av det kraftfält, i vilket det hela befinner sig. Så är fallet i fråga om gravitationsfältet. Den ursprungliga Newtonska mekaniken förutsättes sålunda gälla. Det är inte ovanligt att även benämningen viktlöst tillstånd användes i detta sammanhang. Tyngdlöst tillstånd synes vara ett bättre uttryck, då ju ordet vikt numera användes för att beteckna massa, medan ordet tyngd hänför sig till en kraftverkan. Till undvikande av alltjämt förekommande misstag bör kanske vidare framhållas, att det tyngdlösa tillståndet under för övrigt oförändrade förutsättningar är oberoende av gravitationsfältets styrka och riktning. Ur denna synpunkt sett är det sålunda likgiltigt vilken himlakropp det är som utövar den dominerande verkan på farkostens bana.

Principiellt sett råda andra förhållanden, om magnetiska och elektriska fältkrafter göra sig gällande. Här tillkomma magnetodynamiska och elektrodynamiska verkningar av det komplicerade slag som behandlas inom magnetohydrodynamiken.

Fig. 1 visar en projektilliknande kropp som brukar demonstreras på Tekniska Muséet för att ge åskådarna ett visst begrepp om vad det tyngdlösa tillståndet innebär. Spetsen *a* är svarvad av trä och försedd med ingjuten blyfyllning för att ge stabila rörelseförhållanden. Cylinderdelen *b* är utförd av glasklar cellon hopfogad med aluminiumnit utefter en längsgående skarv. I cylindern är spetsen *a* samt locket *c* inspikade. Inuti det hela befinner sig en vanlig ping-pongboll *d*, som kan röra sig med fritt spelrum.

Fritt vertikalt fall är en form av rörelse under vilken tyngdlöst tillstånd råder i projektilens inre. Vid demonstrationerna släpps apparaten från 3—4 m höjd, och den får falla på ett dunbolster, så att den ej skadas vid nedslaget.

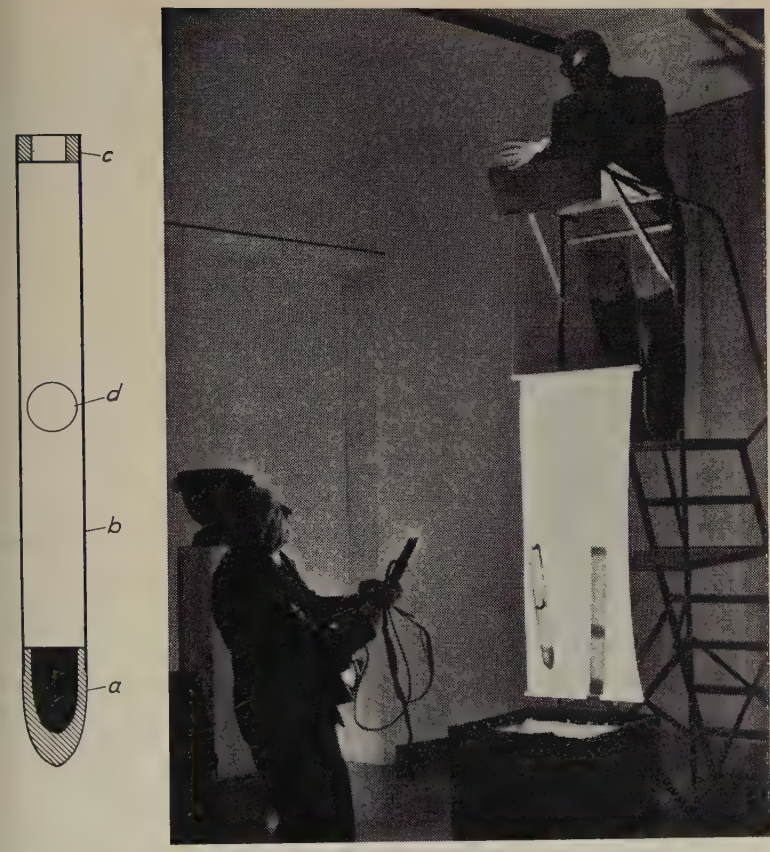


Fig. 1. Modellprojektil för demonstration av tyngdlösa tillståndet. Skala 1 : 6. — Apparaten demonstreras på Tekniska Museet. Foto: Svenska Dagbladet.

Före starten hålles projektilen med handen, något sammantryckt på mitten, och med spetsen nedåtriktad och på sådant sätt att bollen kläms fast ungefär i mittläge. När projektilen släpps, frigöres bollen, och då såväl projektilen som bollen utsätts för samma acceleration, förblir den senare under fallet fritt svävande i projektilens mitt. Projektilens utformning medför att luftmotståndet kan försummas i detta fall. Projektilen får vid demonstrationen falla utmed en fosforescerande lysskärm av det slag som beskrives i Elementa *36* (1953), sid. 43.

Vid lämplig tidpunkt under fallet tändes en fotoelektronblixt (lystid någon millisekund), och på detta sätt fås en kvarstående skarp skugg- bild på skärmen, där kulans läge i projektilen tydligt syns. Efter någon övning är det inte svårt att genomföra starten på rätt sätt och att utan särskild synkroniseringsanordning få skuggan på rätt plats. För att skuggan skall bli skarp bör projektilen falla nära intill skärmen. Dessutom bör blixtrörets stora reflektor borttagas och ersättas av en liten bit aluminiumfolie, anbragt direkt på röret.

Försöket kan i sin enkelhet ge åtskilliga tankeimpulser åt den som finner intresse för saken.

Notiser

Medelpunkt och radie i en i en triangel inskriven cirkel

Att utan figur bestämma medelpunktens koordinater och radien till en i en triangel inskriven cirkel, när sidornas ekvationer är givna, är enligt de i läroböckerna i analytisk geometri givna anvisningarna mycket omständligt, emedan läget av cirkelns medelpunkt i förhållande till sidorna är obekant utan figur. De gängse reglerna för att bestämma tecknet för avståndet från medelpunkten till sidorna med hjälp av dessas normalform kan därför ej tillämpas. Om man däremot tillskriver normalen till en rät linje en bestämd riktning, så att man på denna normal även kan avsätta negativa sträckor, lyckas man på ett ganska elegant sätt med uppgiften.

I sidornas ekvationer, skrivna under formen $x\cos\beta+y\sin\beta-p=0$, väljer man β så att $0\leq\beta<180°$ och tillåter även negativa p-värden. Normalens positiva riktning är sålunda fullt bestämd. Positiva sidan till varje linje erhålles då, om man från linjen går i normalens positiva riktning. Andra termen är sålunda alltid positiv, men i första termen kan $\cos\beta$ variera mellan $+1$ och -1. Nu ordnas sidorna i följden I, II, III, efter växande β-värden. Adderas därefter ekvationerna I och II resp. II och III, erhåller man inre bisektriserna s_{12} och s_{23}, vilkas skärningspunkt blir cirkelns medelpunkt M.

Den tredje bisektrisen beräknas för kontrollens skull genom subtraktion av III från I. Cirkelns radie erhålles, när man insätter M:s koordinater i ekvationen för någon av sidorna. Man kan allmännare efter godtyckligt val av v stipulera $v\leq\beta<v+180°$ och ordna sidorna som ovan. Speciellt kan man även välja $-90°\leq\beta<+90°$, varvid koefficienten för x blir ≥ 0.

Ovanstående tillämpas på ex. nr 140 i Sjöstedt/Thörnqvist, Analytisk geometri:

En triangels sidor är $x-2y+3=0$, $4x+2y-7=0$ och $3x+6y+5=0$. Bestäm medelpunkten och radien i den i triangeln inskrivna cirkeln.

Ordnas ekvationerna i normalform, erhålles

$$\text{I: } \frac{4x+2y-7}{2\sqrt{5}}=0 \quad \cos\beta=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\text{II: } \frac{3x+6y+5}{3\sqrt{5}}=0 \quad \cos\beta=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{III: } \frac{-x+2y-3}{\sqrt{5}}=0 \quad \cos\beta=-\frac{1}{\sqrt{5}}$$

Ur I+II resp. II+III erhålles:

$$18x+18y-11=0 \text{ och } 12y-4=0, \text{ varav } x=\frac{5}{18} \text{ och } y=\frac{1}{3}.$$

Insättes dessa värden i någon av de givna ekvationerna, erhålles $r=\frac{47}{90}\sqrt{5}$. Med I–III erhålles den tredje bisektrisens ekvation: $6x-2y-1=0$, vilken satisfieras av cirkelns medelpunktskoordinater.

W. Schock

Anmärkning till uppgift 2181

Uppgiften (Elementa 41:4 och 42:2) lyder: »Skriv upp alla primtal, så beskaffade att även alla konsekutiva sifferföljder, som ingår i talet, är primtal, varvid 1 räknas som primtal.»

Det är icke självklart, att det endast finns ändligt många sådana primtal. Här skall motsvarande påstående bevisas för vilket talsystem som helst.

I g-talssystemet kan varje naturligt tal skrivas

$$\sum_{i=0}^{h} a_i g^i \quad (0\leq a_i<g,\ a_h>0)$$

Låt p vara det minsta primtal, som ej går upp i g. Vårt påstående följer av satsen: Varje primtal, vars alla konsekutiva sifferföljder (incl. ensamma siffror) i g-talssystemet är primtal, har mindre än $2p$ siffror i g-talssystemet. Antag, att alla a_i är primtal och således >0. Av de $2p+1$ talen

$$0,\ a_0,\ a_0+a_1 g,\ \ldots,\ a_0+a_1 g+a_2 g^2+\ldots+a_{2p-1} g^{2p-1}$$

är minst tre kongruenta (mod p), eftersom modylen p endast har p restklasser, dvs. minst tre ha samma rest mellan 0 incl och p excl, om man dividerar dem med p. Antag, att tre sådana kongruenta tal är

$$0 \cdot g^{-1}+a_0+a_1 g+\ldots+a_t g^t \quad (t=u, v, w;\ -1 \leq u<v<w)$$

Då går p jämnt upp i de båda talen $\sum_{i=u+1}^{t} a_i g^i$, där $t=v$, resp. w, varvid första summan kan innehålla endast en term. Då p ej är divisor till g, är p divisor till $\sum_{i=u+1}^{t} a_i g^{i-u-1}$, där $t=v$, resp. w. Det sista talet är större än det första, som är $\geqq a_{u+1}>0$. Alltså är det sista talet intet primtal, varav satsen följer.

Man kan tillägga: Är g och h relativt primiska, innehåller varje tal med minst h siffror i g-talssystemet minst en sifferföljd delbar med h.

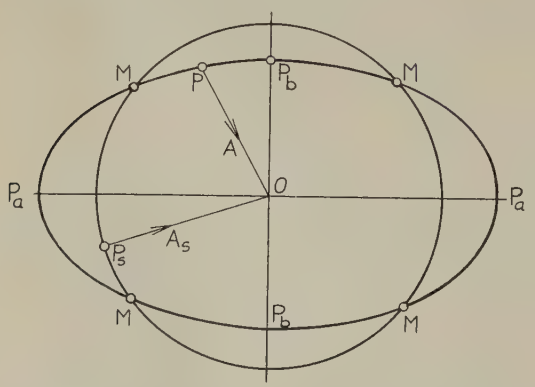
Nils Juringius

Litt om harmonisk svingende bevegelse

På figuren er tegnet en ellipse og en sirkel med felles sentrum og flateinnhold. Vi vil tenke oss at et punkt P beveger seg langs ellipsen etter lovene for harmonisk svingende bevegelse, og som bekjent er da akselerasjonen rettet mot ellipsens sentrum og proporsjonal med avstanden til dette punkt. For radius R, akselerasjon A, vinkel-hastighet ω og lineær hastighet v brukes indeksene a, b og m etter som det refereres til aksenes endepunkter P_a, P_b og M, som er kurvenes skjærningspunkter. På grunn av likheten i flateinnhold får vi

$$R_m^2 = R_a \cdot R_b$$

Da A er proporsjonal med R, har vi



$$A_m = kR_m$$
$$A_a = kR_a$$
$$A_b = kR_a$$
eller
$$A_m^2 = A_a \cdot A_b \qquad (1)$$

Med hensyn til vinkel-hastigheten kreves noe mer regning, men den er så elementær at den slöyfes. Resultatet svarer til (1), idet vi finner

$$\omega_m^2 = \omega_a \cdot \omega_b$$

I punktene M har altså R, A og ω verdier som er det geometriske middel av ytter-verdiene. (For den lineære hastighet v gjelder dog ingen tilsvarende formel.)

Vi vil nå tenke oss at et punkt P_s löper rundt i sirkelen med konstant fart og med samme runde-tid som P har i ellipsen. De konstante verdier for akselerasjon, vinkel-hastighet og lineær hastighet kalles A_s, ω_s og v_s. Ved å sammenligne bevegelsen for P og P_s, finner vi

$$A_s = A_m = \sqrt{A_a \cdot A_b} \quad \omega_s = \omega_m = \sqrt{\omega_a \cdot \omega_b} \quad v_s = \sqrt{v_a \cdot v_b}$$

eller: Ved bevegelsen i sirkelen har A, ω og v verdier som er det geometriske middel av ytter-verdiene for de respektive störrelser ved bevegelsen i ellipsen. Dette kan også sies på en annen måte: Vi tenker oss ellipser med felles flate-innhold og at omkretsene beskrives av punkter, som utförer harmonisk svingende bevegelser med felles rundetid. Felles for alle disse svingende bevegelser er produktet av ytter-verdiene for akselerasjon, vinkel-hastighet og lineær hastighet.

O. Lindstad

Kurve-egenskaper utledet ved hjelp av kinematikk. En tilföyelse.

Som avslutning til en artikkel av undertegnede i Elementa 42: 1 står det: »Formel (21) er her kun utledet for ellipsen. Om den gjelder for hyperbelen eller ikke fremgår ikke av vår kinetiske betraktning.» Dette er dessverre noe misvisende. Som dr. Juringius har gjort meg oppmerksom på kan den metoden som ble brukt for ellipsen også anvendes på hyperbelen av följende grunn: Både ellipsen og hyperbelen fremkommer som bane når et materielt punkt påvirkes av en kraft som er proporsjonal med avstanden fra et fast punkt, og det faste punkt blir da sentrum i kjeglesnittet. Forskjellen består i kraftens retning: Vi får en ellipse når kraften er rettet mot det faste punkt, derimot en hyperbel hvis kraften er rettet fra punktet. Vi har i siste tilfelle ligningene

$$\frac{d^2x}{dt^2} = k^2x \quad \frac{d^2y}{dt^2} = k^2y$$

som gir lösningene

$$x = ae^{kt} + a'e^{-kt}; \quad y = be^{kt} + b'e^{-kt}$$

hvor a, a', b og b' er integrasjons-konstanter. Det gjelder å vise at punktet (x, y) följer en hyperbel-gren. (Vi ser bort fra det spesielle tilfelle at $ab' = a'b$, hvor ovenstående ligninger representeres ved rette linjer gjennom origo.) Kurvens art kan lett undersökes på följende måte.

Vi lar t »gå mot uendelig» i positiv og negativ retning og ser da at kurven har de to atskilte asymtoter

$$\frac{y}{x}=\frac{b}{a} \quad \text{og} \quad \frac{y}{x}=\frac{b'}{a'}$$

For å oppnå symmetri velger vi $a'=a$ og $b'=-b$ og får da

$$x=a(e^{kt}+e^{-kt}); \quad y=b(e^{kt}-e^{-kt})$$

eller

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=4$$

Det er altså en hyperbel, og vi ser hvilken rolle integrasjonskonstantene spiller for kurvens form.

Vi går så tilbake til artikkelen i Elementa 42: 1, formel (21), som nå får en videre betydning. For de to slags kjeglesnitt har vi

Ellipse: $H^2[(a^2-R^2)+b^2]=a^2b^2$
Hyperbel: $H^2[(R^2-a^2)+b^2]=a^2b^2$

O. Lindstad

Aktuellt

OEEC-kursen i matematik vid universitetet i Aarhus

Matematikens enorma, nästan explosiva utveckling under 1900-talet innebär, utom ett överväldigande kvantitativt tillskott av specialundersökningar, monografier och läroböcker, en fortskridande utvidgning och omformning av äldre matematiskt stoff och en revolutionerande ökning av ämnets tillämpningsområden. Även den del av elementarmatematiken, som ingår i de traditionella skolkurserna, uppfattas idag på ett annat sätt än för trettio år sedan. Det är emellertid naturligt, att skolans folk inte i någon väsentlig grad kunnat följa utvecklingen, ta del av de nya betraktelsesätten och anpassa undervisningen därefter.

Under senare år har frågan om en revision av skolkurserna tagits upp till debatt i åtskilliga länder, främst i U. S. A. Det är betecknande, att initiativet därvid huvudsakligen utgått från universitetshåll. Framstående matematiker har i samarbete med intresserade pedagoger bearbetat skolkurserna, utmönstrat dött stoff och utformat detaljerade förslag till nya kursplaner, varvid även lärarutbildningsproblemet beaktats. Jag vill här nämna den intressanta rapport, som den amerikanska matematikkommissionen nyligen publicerat »Program for college preparatory mathematics» jämte »Appendices» (College Entrance Examination Board, New York, 1959).

Ett annat exempel på den vetenskapliga och pedagogiska aktivitet, som för närvarande utvecklas på detta område, utgör de kurser för matematiklärare, som under de två senaste åren anordnats av Organization for European Economic Cooperation (OEEC). Under tiden 6—18 juli 1959 ägde en sådan kurs rum vid Aarhus universitet. Omkring ett hundra nordiska matematiklärare deltogo i kursen, vilken finansierades dels av OEEC, dels av statsmedel från Danmark, Norge och Sverige. Ledare för kursen var professorn i matematik vid Aarhus universitet Svend Bundgaard.

Varje dag gavs två till tre dubbelföreläsningar och en tvåtimmars räkneövning. Deltagarna försågs med ett rikhaltigt studiematerial, som endast delvis hann genomgås. Till alla föreläsningar utlämnades stencilerade referat och dessa supplerades med utskrifter av exempel med utförliga lösningar och problem avsedda att lösas av deltagarna under övningstimmarna. Övningarna effektiviserades därigenom, att deltagarna under dessa var uppdelade i sex smågrupper, var och en ledd av en skicklig gruppledare. Skulle man anmärka på något, så är det, att tiden var för knapp, för att man på ett helt tillfredsställande sätt skulle hinna förbereda samtliga övningar.

De två viktigaste föreläsningsserierna under kursen gavs av professorerna Erik Sparre Andersen och Svend Bundgaard.

Professor Andersen föreläste över sannolikhetskalkyl och gav en skiss av denna teoris axiomatiska uppbyggnad. Föreläsningarna låg på en hög nivå och utom elementära kunskaper i mängdteori förutsattes viss kännedom om modern mått- och integralteori. I anslutning till dessa föreläsningar utlämnades till kursdeltagarna en skrift, »Elementær Sandsynlighedsregning», författad av lektorerna Erik Kristensen och Ole Rindung. Denna bok genomgicks delvis under övningarna i sannolikhetskalkyl. Författarna uppfattar sitt arbete som ett inlägg i diskussionen om möjligheterna och önskvärdheten av att införa sannolikhetskalkyl i det danska realgymnasiet och försöker ge den elementära sannolikhetskalkylen samma matematiska lödighet, som eftersträvas inom gymnasiekursen i övrigt. Till deltagarna överlämnades också ett amerikanskt arbete av liknande karaktär, »Introductory Probability and Statistical Inference, An Experimental Course». Den utgör en reviderad upplaga av den av lektor Råde i Elementa, denna årgång, sid. 49, recenserade boken.

Professor Bundgaard föreläste över »Nogle grundlæggende begrebsdannelser inden for matematikken». En central plats i dessa föreläsningar intog mängdbegreppet, begreppet relation och funktion. Vidare behandlades matematisk logik och elementär allmän topologi. Ett föredrag om permutationsgrupper måste på grund av tidsnöd utgå, men

varje deltagare försågs med en utförlig stencilerad sammanfattning. Som komplement till professor Bundgaards föreläsningar utgavs en problemsamling omfattande nära tvåhundra uppgifter, varav ett sextiotal var försedda med lösningar. Professor Bundgaards föreläsningar mottogs med ett utomordentligt intresse av deltagarna och var särskilt givande eftersom de frågor som togs upp ofta anknöt till problemställningar inom skolkursen.

Professor Harold W. Kuhn från Princeton University höll en serie föreläsningar över »Modern mathematics in economics». Speciellt intresse väckte en föreläsning över lineär programmering. Inom detta gebit hade kursdeltagarna haft tillfälle att i förväg orientera sig, tack vare lektor Erik Kristensens bok »Lineære funktioner og lineære uligheder». Denna bok, som jag livligt vill rekommendera, ingår i Aarhusuniversitetets s. k. gula serie.

Bland övriga föreläsningar må nämnas lektor Lennart Rådes över »Matematisk statistik på gymnasiet» och lektor Ole Rindungs över det danske realgymnasiets kommande kursplaner. Professor Erik Hemmingsen, Syracuse University, som deltog i kursen som observatör för National Science Foundation, höll ett applåderat föredrag om matematikundervisningen i U. S. A. i vilket han bl. a. redogjorde för den inledningsvis nämnda rapporten från The Commission on Mathematics.

Jag vill till slut framhålla, att kursen var synnerligen givande och mycket arbetsam. Den vackra, nybyggda matematiska institutionen utgjorde en idealisk studiemiljö. Vi deltagare står i stor tacksamhetsskuld till professor Bundgaard och hans medarbetare för en angenäm och stimulerande samvaro i Aarhus. Vi hoppas, att kursen kommer att upprepas och även att en fortsättningskurs så småningom skall kunna anordnas för årets deltagare.

Intresserade lärare torde i begränsad omfattning kunna erhålla föreläsningsreferaten mot en rimlig avgift genom hänvändelse till Matematisk Institut, Universitetsparken, Aarhus. *Per Häggmark*

Några intryck från Europäische Lehrmittelmesse i Darmstadt

Den femte i ordningen av de numera vart tredje år återkommande utställningarna av aktuell naturvetenskaplig undervisningsmateriel anordnades i år i Darmstadt under tiden 16—20 september, i regi av Deutscher Lehrmittelverband och Europäischer Lehrmittelverband. Av naturliga skäl dominerade bidraget från tyska firmor, ehuru även firmor från Italien, Schweiz, Frankrike, Österrike och Sverige uppträdde med representativa utställningar.

Huvudintresset för såväl utställare som besökare utgjorde den experimentella fysikundervisningen och därvid främst atom- och

kärnfysik samt elektronik, den senare i detta sammanhang som en viktig hjälpdisciplin för de båda förstnämnda högaktuella områdena.

Den snabba tekniska och vetenskapliga utvecklingen inom ifrågavarande områden återspeglas också i utvecklingen av experimentella hjälpmedel, förbättringar av äldre och tillkomsten av nya, lämpade för gymnasiestadiet och för skolformer med uppgift att meddela en mera fyllig undervisning inom atom- och kärnfysik. Tre utvecklingslinjer kan lätt skönjas: utvecklingen av radioaktiva preparat med helst specifik strålning (och av varierande aktivitet), utvecklingen av neutronkällor samt utvecklingen av strålmätningsinstrument (scalers m. m.).

Vid val av radioaktiva preparat aktualiseras ett flertal synpunkter. Ur fysikalisk och pedagogisk synpunkt bör t. ex. preparatets aktivitet ej vara för ringa, men å andra sidan måste de med ökad aktivitet stegrade riskmomenten beaktas. De nu tillgängliga »Buchler-preparaten»: α-preparat, 10 μg Ra, β-preparat, 50 μC Sr^{90} och γ-preparat, 100 μC Co^{60} förefaller utgöra en välavvägd kompromiss mellan de olika synpunkterna. Medicinalstyrelsens strålskyddsnämnd har också medgivit att exempelvis de tekniska läroverken får anskaffa preparat av nämnda kvalitet. Det är angeläget för oss pedagoger att nu i större utsträckning handskas och umgås med radioaktiva preparat under iakttagande av försiktighet (dvs. följa strålskyddsnämndens bestämmelser). Vi har ju lärt oss och lär andra att handskas med spänningar, med kemikalier, med gifter av långtifrån ofarligt slag, men där vid korrekt behandling dock inga riskmoment föreligger. Kärnfysikens inträde på elementarundervisningens område får ej hindras av överdrivna risksynpunkter eller alltför rigorösa restriktioner.

Med en neutronkälla, radium-beryllium-preparat med ca 3 mg radium, introduceras den artificiella radioaktiviteten på ett elegant och instruktivt sätt i vår undervisning, och samtidigt får vi en osökt anledning att något mera behandla neutronen och dess egenskaper, nedbromsning, absorption m. m. De snabba neutronerna bromsas ned till termiska i ett paraffinskikt (moderator) och ett flertal olika aktiveringsförsök kan genomföras av t. ex. silver, indium, jod, där aktiviteten blir ytterst ringa (ofarlig), men dock tillräcklig för olika försök och där halveringstiden därjämte är kort (högst någon timme). En något så när mångsidig användning av en neutronkälla torde förutsätta en preparatstyrka av någon millicurie.

För att fullt kunna utnyttja såväl de förstnämnda radioaktiva preparaten som neutronkällor behövs emellertid vissa andra hjälpmedel, främst GM-rör jämte elektroniska strålmätningsinstrument (av dekatrontyp). Uppfattningen om den ändamålsenligaste utformningen

av denna instrumenttyp förefaller emellertid ej helt ha stabiliserats, vilket kanske främst framgår därav, att vissa firmor redan modifierat eller dragit in typer, som utkom för ca 1 år sedan. Dessa instrumenttyper är förhållandevis dyra, och en anskaffning är därför bättre motiverad, om deras tillämpningsområde kan utökas utöver strålningsmätning. Med mycket ringa komplettering (kvartsoscillator om 10 kp/s) kan instrumenten även användas för ytterst noggrann korttidsmätning. Den tyska firman Neva uppvisade ett sålunda utformat instrument med mycket mångsidig användning. Registreringsanordningen bestod av ett 6-siffrigt elektromekaniskt räkneverk jämte 3 räknerörsdekader. Vid tidmätning kan således tiden direkt avläsas i sekunder med en noggrannhet av 10^{-4} s, där räknerörsdekaderna anger de 3 sista decimalerna och räkneverket den första (jämte antalet sekunder) med en total mättid av 10^5 s (27,8 timmar). In- och urkoppling kan ske på elektrisk eller mekanisk väg. Ljudhastigheten bestämdes exempelvis genom mätning av ljudets gångtid mellan tvenne mikrofoner på några meters avstånd från varandra. Med samma snabbhet och precision bestämdes g-värdet genom fallförsök. Att instrumentet sedan i kombination med GM-rör för α-, β- och γ-strålning kunde användas för traditionella kärnfysikförsök säger sig själv (halveringstider, absorptionsförsök, räckvidd m. m.). Utan tvekan har vi här i elementarfysiken fått ett nytt instrument med en mycket allsidig användning, ett tacksamt bidrag från elektronik och kärnfysik för att främja experimentell undervisning, inte minst på lägre stadium.

Utställningen uppvisade givetvis mycket annat av intresse, och inte minst lärorika var de utmärkta demonstrationer och förevisningar som de olika firmornas experter genomförde med tillfälle till diskussioner över diverse experimentalpedagogiska problem.

Eve Staffansson

Bokanmälningar

N. Bourbaki, *Éléments de mathématique. I. Les structures fondamentales de l'analyse. Livre II. Algèbre. Chapitre 8. Modules et anneaux semi-simples.* Hermann, Paris, 1958. 189 p., 2000 fr.

Teorin för halv-enkla moduler och halv-enkla ringar, som utformades i en rad arbeten omkring sekelskiftet av Wedderburn, Frobenius m. fl., fick en relativt avrundad form för trettio år sedan av framför allt Artin och Noether. Bourbakis framställning följer också deras i väsentliga delar med de skillnader, speciellt i beteckningarna, som motiverats av utvecklingen inom abstrakt algebra.

En enkel modul är en modul utan icke-triviala undermoduler; en halv-enkel modul är en direkt summa av enkla moduler. En ring är halv-enkel om den betraktad som modul över sig själv är halv-enkel. Med en enkel ring menas en halv-enkel ring utan icke-triviala bilaterala ideal. Till de centrala resultaten i teorin hör Wedderburns struktursatser, som säger att en enkel ring är isomorf med en ring av matriser över en kropp D (icke nödvändigtvis kommutativ). Omvänt är en sådan ring enkel. Vidare är en halv-enkel ring direkt sammansatt av ett ändligt antal enkla ringar. I det specialfall då en enkel ring är en algebra över en kropp K är D en utvidgning av K. En väsentlig del av boken är ägnad åt att studera utvidgningar L av K sådana att en enkel algebra över K förblir enkel om den utvidgas till att vara en algebra över L. Som en tillämpning på detta och på Skolem-Noethers sats om automorfismer till en enkel algebra bevisas en sats av Wedderburn — »Varje ändlig kropp är kommutativ» — och Frobenius' karakteristik av kroppen av kvaternioner. I en slutparagraf behandlas sambandet mellan irreducibla lineära representationer av en algebra A och enkla moduler över A.

Som i övriga delar av Bourbakis verk är stilen klar men framställningen svårnjutbar genom det allmänna syfte verket har; de intressantaste resultaten bör man söka i följdsatser och exempel. I princip förutsättes kännedom om tidigare delar av verket, eftersom många hänvisningar till dessa förekommer. Det verkar dock vara möjligt att med ett visst utbyte läsa den första delen av kapitlet samt den avslutande historiken utan några större förkunskaper i algebra.

En hel del onödiga tryckfel stör helhetsbilden. *Jan Odhnoff*

W. Hurewicz, *Lectures on Ordinary Differential Equations.* The Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology and John Wiley & Sons, New York, 1958. Pp. XIV+122, $ 5.00.

Bokens första sidor innehåller ett In Memoriam till Hurewicz (av Lefschetz) och i anslutning härtill en bibliografi över hans publicerade arbeten. Ursprunget till boken är ett antal föreläsningsserier vid MIT, varför innehållet är uppspaltat i tre fristående delar. Det första kapitlet ger en tämligen utförlig redogörelse för existens- och entydighetsfrågor för lineära ordinära differentialekvationer av första ordningen. Därvid behandlas såväl Cauchy-Eulers approximationsmetod som Picards iterationsmetod. Kapitel 2 ger motsvarande satser för system av ekvationer. Därefter följer ett avsnitt av lineära system av differentialekvationer med konsekvent användning av matris- och vektorbeteckningar.

Den sista och största tredjedelen av boken är ägnad åt geometriska aspekter på icke-lineära system i planet. En klassifiering av singulariteterna för det autonoma systemet $dx/dt=P(x,y)$, $dy/dt=Q(x,y)$ utföres, sedan det enklare lineära fallet först behandlats. Till slut följer ett antal resultat om globala egenskaper hos lösningar till autonoma system.

Boken är mycket välskriven och lättläst men innehåller få exempel och inga övningsuppgifter. *Jöran Friberg*

K. P. Grotemeyer, *Analytische Geometrie.* Sammlung Göschen Band 65/65 a. Walter de Gruyter & Co, Berlin, 1958. 202 S., DM 5.80.

Det är svårt att på förhand säga vad en bok på tvåhundra sidor i fickformat med namnet Analytisk Geometri innehåller. Docent Grotemeyer vid Berlins Tekniska Universitet har följande kapitelrubriker i sin bok: Vektoralgebra, koordinatsystem, räta linjen och planet, sfären, matriskalkyl, affina avbildningar, ytor av andra ordningen, inledning till rummets projektiva geometri, andragradsytorna i den projektiva geometrin. Av uppräkningen framgår inte, att boken enbart sysslar med det tredimensionella rummet (det sägs f. ö. inte i boken heller) eller att andra parallellkoordinatsystem än rätvinkliga överhuvud inte behandlas.

Genom att sålunda göra ett rätt speciellt val bland det som traditionellt ryms under bokens titel kan dess författare nå fram till ganska avancerade saker både i den euklidiska och den projektiva teorin för andragradsytorna, detta trots att boken åtminstone formellt kräver blygsamma förkunskaper. Men det lilla formatet möjliggörs också därav att språket är knappt och den formelmässiga framställningen koncis. Man går ofta snabbt över grunderna för att

nå fram till mera komplicerade frågor. Övningar och problem förekommer inte.

Man får kanske tänka sig att författaren vänder sig till en läsare som är väl orienterad inom plan geometri men okunnig i rymdgeometri. För en sådan läsare är det trånga urvalet säkert en förtjänst, och han kan uppskatta den i allmänhet klara framställningen i dess korthet. Boken lägger huvudvikt vid konkreta problem och i sådana avsnitt framträder dess stora förtjänster klarast. Någon gång blir det för mycket kalkyl även i grundläggande utredningar. Figurerna är rikliga och bra och de historiska anvisningarna med namn och årtal är tilltalande. *Gunnar Bergendal*

S. Valentiner, *Vektoren und Matrizen.* Mit einem Anhang: Aufgaben zur Vektorrechnung von H. König. 8. erweiterte Auflage der »Vektoranalysis». Sammlung Göschen Band 354/354a. Walter de Gruyter & Co, Berlin, 1958. 202 S., DM 5.80.

I sitt företal till Principia säger Newton, att man skiljer mekaniken från geometrin på det sätt, att allt som är noggrant hänföres till geometrin och allt som är mindre noggrant till mekaniken. Det är väl också allmänt vedertaget och rimligt att kräva större noggrannhet i en matematisk text än i en mekanisk. Däremot bör kraven på klarhet i framställningen vara höga för alla vetenskapsgrenar. Valentiners lilla bok är en inledning till vektoranalysen och matriskalkylen jämte tillämpningar inom den klassiska mekaniken. Recensenten har huvudsakligen studerat de matematiska avsnitten och kan där finna varken noggrannhet eller klarhet. Ett axplock får visa vad man kan finna.

Först några direkta felaktigheter. — För att bestämma en skalär storhet krävs endast att dess absoluta belopp anges (s. 14). — Ändringen av vektorn $\mathbf{a}$ under tidselementet dt är $\partial\mathbf{a}/\partial t$, (s. 43). — I ett lineärt ekvationssystem med m ekvationer och n obekanta, $m>n$, är alltid $m-n$ ekvationer beroende av de andra (s. 109). — Man kan överföra en [kvadratisk] matris [genom vänster- och högermultiplikationer med lämpliga matriser vars determinant är ± 1] i en diagonalmatris vars [diagonal] element är 1 utom det sista, vars värde är matrisdeterminantens (s. 120).

Så exempel på oklarhet. — Vektordefinitionen lyder så: En storhet kallas vektor, om mängden av de värden som den kan anta omvändbart entydigt och kontinuerligt kan tillordnas mängden av de sträckor i rummet som utgår från en godtyckligt vald punkt (s. 12). (På s. 16 framgår att den tillordning författaren tänker på är den identiska avbildningen.) — Vektoraddition definieras med stor omständlighet, men multiplikation med skalär definieras inte utan tas som självklar (s. 17). — En kurva genom $\mathbf{a}_0$ beskrives genom $\mathbf{a}=\mathbf{a}_0+\Sigma\mathbf{da}$ (s. 44).

Genom sin titel vänder sig boken till studerande inte bara av fysik, för vilka den säkert är avsedd, utan också av matematik. För båda kategoriernas skull hade man önskat större klarhet och åtminstone för den senare större noggrannhet. *Gunnar Bergendal*

Insights into Modern Mathematics. The National Council of Teachers of Mathematics. Washington, 1957. Pp. VIII+440. $ 6.60.

Denna bok har tillkommit på initiativ av föreningen för de amerikanska high-school-lärarna i matematik. Man har med den velat ge en allsidig presentation av den moderna matematiken med speciell tonvikt på dennas betydelse för skolundervisningen. Den moderna matematikens utveckling har ju dels bidragit till en reorganisering av den klassiska matematiken och dels inneburit att ny matematisk mark har erövrats inom t. ex. matematisk logik, sannolikhetskalkyl, topologi och abstrakt algebra.

Innehållet i denna bok är alltför rikt för att här kunna diskuteras i detalj. Boken består av fristående uppsatser skrivna av specialister inom respektive områden. En uppräkning av dessa uppsatsers rubriker och författare torde räcka för att väcka aptiten.

Talbegreppet (Ivan Niven); Mängdlära (E. J. McShane); Deduktiva metoder i matematiken (C. B. Allendoerfer); Algebra (Saunders MacLane); Vektoralgebra och det abstrakta vektorrummet (Walter Prenowitz); Gränsvärden (J. F. Randolph); Funktioner (R. E. Langer); De geometriska begreppens ursprung och utveckling (S. H. Gould); Punktmängders topologi (R. H. Bing); Sannolikhetskalkyl (H. Robbins); Räknemaskiner och automatiska beslut (C. B. Tompkins). Boken avslutas med en sammanfattande uppsats av B. Meserve. Man saknar spelteori och linjär programmering, men bokens omfång är redan nu tillräckligt.

Boken rekommenderas varmt åt alla matematiklärare. I läroverkens referensbibliotek har den sin självklara plats. *Lennart Råde*

A. Tresse, *Théorie élémentaire des géométries non euclidiennes.* Gauthier-Villars, Paris, 1957, 150 p., 2500 fr.

Boken, som har pedagogiskt syfte, är skriven för gymnasiestadiet. Dess första avdelning introducerar icke-euklidiska geometrier med hjälp av inversioner, utgående från klassisk, euklidisk geometri. Beroende på om en viss fundamentalcirkel är reell, imaginär eller singulär, säges geometrien vara av 1-a, 2-a, resp. 3-e slaget. Med förstavelsen *fa* utmärker förf. sådana till dessa geometrier hörande begrepp (*fa*-rät linje, *fa*-avstånd, etc.), som ha samma grundegenskaper som motsvarande begrepp inom euklidisk geometri men som ej få förväxlas med dessa. De rörelser (*fa*-förflyttning, *fa*-rotation, *fa*-sym-

metri) som äro möjliga i dessa geometrier undersökas, och konsekvenserna härav dragas.

I bokens andra avdelning härledes en metrik ifrån förutsättningar om additivitet och triangelvillkor. Denna metrik leder till införande av logaritm- och exponentialfunktionerna, vilka sålunda bli geometriskt definierade. I övrigt härledas de icke-euklidiska motsvarigheterna till den plana trigonometriens formler. Även båglängden av en *fa*-cirkel samt derivering av de införda funktionerna behandlas.

Stig Comét

D. A. S. Fraser, *Statistics: an Introduction.* Wiley & Sons, New York/ Chapman & Hall, London, 1958. Pp. 398, $ 6.75.

Det finns inte många läroböcker i statistik som ordentligt bygger upp de matematiska fundamenten. Cramérs stora bok Mathematical methods of statistics är ett betydelsefullt undantag. Fraser har säkert lärt mycket av detta arbete, och hans bok ligger emellan »lilla» och »stora» Cramér, dock närmare den sistnämnda. Den är avsedd som kursbok i matematisk statistik och förutsätter tvåbetygskunskaper i matematik. Enligt förordet skall den medhinnas på två terminer. Detta är tänkbart men måste få till följd att kontakten med de praktiska problemen blir för svag. Författaren låter nämligen tillämpningarna träda i bakgrunden bl. a. genom att till stor del förvisa dem till övningsexemplen.

Boken har utarbetats med stor omsorg och det är ett nöje att studera den, både stora linjer och detaljer. Dispositionen verkar i förstone konventionell med en rad inledande kapitel om sannolikhetslagar och sannolikhetsfördelningar, ett par om stickprovsfördelningarna kring normalfördelningen, tre om hypotesprövning och estimation, ett om regressionsanalys, två om försöksplanering samt några avslutande avsnitt om kvalitetskontroll, sekvensanalys och icke-parametriska metoder. Vid närmare granskning finner man emellertid många fina drag som skiljer boken från andra arbeten.

Det är skönt att korrelationskoefficienten omnämnes endast helt i förbigående, partiell korrelation inte alls. Högre moment än andramomentet utnyttjas mycket litet. Framställningen av estimationsteorien är trevlig och retar aptiten med aktuella resultat. Lineära modeller och hypoteser spelar en central roll och diskuteras elegant med hjälp av ortogonala transformationer. Det originellaste (och ur pedagogisk synvinkel mest diskutabla) är kapitlet Sampling from finite populations, där variansanalys, inklusive varianskomponenter, införes utan att normal fördelning förutsättes. För en initierad läsare är kapitlet högst intressant.

Det finns gott om exempel att öva sig på, många goda, många

alltför svåra. För att spara utrymme behandlar författaren nämligen en del viktiga begrepp endast i sådana exempel, vilket inte är lyckat.

Var och en som vill lära sig matematisk statistik kan ha stor glädje av denna bok. Men den bör kompletteras med något praktiskt hållet arbete. Annars är det fara värt att de teoretiska problemen verkar konstruerade och teorien vingklippt och kraftlös. *Gunnar Blom*

I. Kaplansky/E. Hewitt/M. Hall, jr/R. Fortet, *Some Aspects of Analysis and Probability.* Surveys in Applied Mathematics, Vol. IV. Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1958. Pp. 243, $ 9.00.

Aktuella översikter välkomnas både av specialisten och den allmänintresserade läsaren med grundläggande kunskaper. I det arbete som fått ovanstående väl urvattnade titel blir den förstnämnde rikt belönad, medan den sistnämnde i stort sett är hänvisad till ett enda av bokens fyra avsnitt.

Av specialisternas tre avsnitt handlar två om funktionalanalys och abstrakt harmonisk analys, ett om sannolikhetskalkyl. Författarna till de båda första, amerikanerna Kaplansky resp. Hewitt, har pressat in mängder av material och referenser på ett litet utrymme. De ryska insatserna, t. ex. Gelfands och Silovs, redovisas omsorgsfullt, men även många andra. Man noterar t. ex. att en sida ägnas åt svensken Domars arbete i Acta Mathematica av år 1956.

Uppsatsen om modern sannolikhetskalkyl av Fortet är alltför mycket präglad av fransk smak för att ge en fyllig bild av det nuvarande läget. Detta hindrar naturligtvis inte att det är fängslande att se på livet ett slag från parismatematikernas horisont och med dem deltaga i utflykter till Banachrymden. En del beskrivningar av nyare ryska arbeten av Gnedenko, Kolmogorov, Prohorov, m. fl., är av intresse.

Avsnittet om kombinatorik, författat av amerikanen Hall Jr., är elementärt, välskrivet och innehållsrikt. Kombinatoriken har väckts till nytt liv av operationsanalytiker, statistiker och tekniker och har även rent matematiskt intresse. Som smakprov kan Königs teorem av år 1916 återges (med vars hjälp man bl. a. kan lösa the assignment problem, aktuellt inom operationsanalysen): Om elementen i en matris är 0 eller 1, så är minimiantalet linjer innehållande alla ettor lika med maximiantalet ettor som kan väljas så att två aldrig ligger på samma linje (med linje avses rad eller kolumn). Bevis se boken! Bland mycket annat visar författaren utförligt hur kombinatorik kan utnyttjas vid konstruktion av försöksplaner — en av vår tids många oväntade och stimulerande kontakter mellan den renaste matematik och den mest tillämpade forskning. *Gunnar Blom*

H. Chernoff/L. E. Moses, *Elementary Decision Theory.* Wiley & Sons. New York/Chapman & Hall, London, 1959. Pp. 364, $ 7.50.

Det var en svart dag i den matematisk-statistiska vetenskapens historia den decemberdag 1950 då Abraham Wald omkom vid en flygolycka under en föreläsningsturné i Indien. Den framstående statistikern, verksam vid Columbia University, befann sig på toppen av sin skapande verksamhet och hade just publicerat sitt huvudarbete, Statistical Decision Functions. Häri framlägger han en mycket allmän teori, besläktad med von Neumanns matematiska spelteori. En beslutsituation uppfattas som ett spel mellan människan och vad Wald kallar Naturen, en lika originell som fruktbärande tanke. Beslutsteorien kommer säkerligen att visa sig vara det betydelsefullaste tillskottet till den matematiska statistiken, sedan denna tog form under R. A. Fishers glansdagar på 20-talet. Den har t. o. m. gett upphov till en ny definition på statistik: Statistics is the science of decision making under uncertainty.

Walds bok om den nya teorien är svårläst. Chernoff och Moses vid Stanford University försöker i sitt arbete att presentera ideerna så elementärt, att en person utan kännedom t. ex. om räta linjens ekvation (vilken utförligt härledes) skall kunna läsa den med behållning. Exemplen är vardagliga, och många sidor ägnas exempelvis åt frågan om val av lämplig klädsel vid risk för regn. Problemet hyfsas elegant med beslutsteori, och läsaren får de centrala ideerna till skänks utan nämnvärd formelmöda.

Erforderlig sannolikhetskalkyl och elementär statistik behandlas i särskilda kapitel. En intressant översikt ges av gängse statistiska teorier sedda ur »beslutmakarens» synvinkel. Ett antal bevis har placerats i en rad appendices.

För en matematiskt intresserad läsare är utförligheten och de många sifferexemplen något tröttande. Dock bör även denne fatta beslut att inhandla boken, ty en bättre introduktion till Walds och hans efterföljares märkliga ideer gives ej. *Gunnar Blom*

D. R. Cox, *Planning of Experiments.* Wiley & Sons, New York, 1958. Pp. 308, $ 7.50.

Många statistiker är antingen teoretiker utan praktiskt sinne eller praktiker utan intresse för teori. Båda typerna är till nytta, men också en tredje behövs: goda teoretiker med stor praktisk erfarenhet. Engelsmannen D. R. Cox tillhör denna betydelsefulla mellangrupp. Ingen kan vara bättre skickad än han att skriva om planläggning av försök.

Hans bok är annorlunda. Den är inte en lärobok i statistisk meto-

dik, inte heller en handbok med mängder av försöksplaner. Den är en rådgivare för den forskare som har att kämpa med störande faktorer och stor variation och som vill lära sig att planera bättre. Cox behandlar resonemangsvis, utan formler, grundläggande ting rörande t. ex. val av försöksenhet, antal erforderliga försök, randomiseringens betydelse och val av försöksplan. Av de sistnämnda diskuteras särskilt romerska kvadrater och olika slag av faktorexperiment. Framställningen har liv, ty den illustreras ständigt med exempel från tidskriftslitteraturen, många hämtade från industri, jordbruk och medicin.

Det är frestande att slösa lovord på denna noggrant planerade bok, där varje mening verkar polerad. Möjligen inställer sig frågan om det går att lära ut planeringskonsten till oerfarna via det skrivna ordet. Måste man inte, för att känna problemens udd, själv ha gjort och upptäckt några av de fel som författaren varnar för? Troligen är det så. I varje fall är det inte en bok att tentera på efter sträckläsning. Må dess lärdomar i stället långsamt begrundas och allmänt tillämpas! *Gunnar Blom*

A. Blanc-Lapierre, P. Casal et A. Tortrat, *Méthodes mathématiques de la mécanique statistique.* Masson et Cie, Paris, 1959. 180 p., 3800 fr.

De rent matematiska problemen inom den statistiska mekaniken grupperar sig i stort sett kring två huvudfrågor. Den ena utgöres av ergodproblemet, som kan formuleras ungefär så: När är det möjligt att ersätta tidsmedelvärden med ensemblemedelvärden, bildade i överensstämmelse med någon sannolikhetsfördelning i fasrummet? I den omfattande matematiska litteraturen på området markeras framstegen främst av viktiga satser av Birkhoff och von Neumann. Den andra huvudfrågan har att göra med det oerhört stora antalet frihetsgrader i ett makroskopiskt system, varigenom asymptotiska uppskattningar måste tillgripas. Känd är Darwin-Fowlers användning av sadelpunktsmetoden, varjämte under senare år Khinčins utnyttjande av sannolikhetskalkylens gränsvärdesatser tilldragit sig berättigat intresse.

Föreliggande bok ger en initierad och ofta mycket grundlig redogörelse för hithörande problem, varvid författarna delvis valt en egen väg. Det är ingen nybörjarbok, men den har mycket att ge den intresserade matematikern eller matematiske fysikern.

S. Bertil Nilsson

C. Kittel, *Elementary Statistical Physics.* John Wiley & Sons, Inc., New York/Chapman & Hall, Ltd., London, 1958. Pp. 228, $ 8.00.

Det finns många läroböcker i statistisk mekanik. Kittels bidrag är emellertid välkommet genom att vara överskådligt, lättläst och för-

hållandevis elementärt, samtidigt som det lägger en god allmän grund för fortsatta studier och väl belyser rikedomen av tillämpningar. Gibbs' ensemblemetod användes genomgående. Med Liouvilles sats som bakgrund införes den mikrokanoniska ensemblen, varur den kanoniska senare visas följa för ett litet delsystem. Termodynamiska storheter och relationer diskuteras på basis av båda dessa fördelningar. Den stora kanoniska ensemblen utnyttjas bl. a. vid behandlingen av Bose- och Fermistatistik; den alternativa härledningen via sadelpunktsmetoden ges i ett appendix. Bland övriga behandlade frågor kan nämnas täthetsmatrisen, negativa temperaturer, fluktuationer, stokastiska processer, irreversibilitet, kinetiska metoder och transportteori.

Det är ingen direkt djupgående bok. Den är avsedd att tjäna som introduktion och att hjälpa läsaren till ett visst mått av användbar kunskap, och den som vill tränga djupare, t. ex. i grundfrågor, bör komplettera framställningen på annat håll. Men varje fysiker eller fysikstuderande som vill orientera sig inom detta viktiga område och ser sig om efter en lämplig lärobok har att räkna med Kittels välskrivna arbete som en av de bästa introduktionerna. Inte minst bör antalet moderna tillämpningar framhållas. De representerar givetvis ett urval — men ett stimulerande urval.

Bokens användbarhet förhöjes genom ett stort antal övningsexempel.

S. Bertil Nilsson

Marie-Antoinette Tonnelat, *Les principes de la théorie électromagnétique et de la relativité*. Masson et Cie, Paris, 1959. 394 p., 5000 fr.

En modern och välskriven lärobok i relativitetsteori, som tillfredsställer stora krav på logisk uppbyggnad och formell elegans. Först redogöres för de experiment och hypoteser, som ledde fram till Maxwells elektromagnetiska fältteori och Lorentz' elektronteori, varefter följer en analys av de försök, som tvingade fram den speciella relativitetsteorien. Den relativistiska kinematiken och dynamiken behandlas grundligt, och ett helt kapitel på 20 sidor ägnas åt de experimentella verifikationerna. Bokens senare del innehåller en utförlig diskussion av den allmänna relativitetsteoriens innebörd, formulering och konsekvenser, varvid även beröres svårigheterna att samordna relativitetsteori och kvantteori.

Det kan kanske tilläggas, att den typografiska utstyrseln är mycket tilltalande. En del skrivfel och tryckfel förekommer men är knappast av den art att de nämnvärt försvårar läsningen. Boken utgör ett mycket värdefullt tillskott till raden av redan förefintliga läroböcker i relativitetsteori.

Carl Victor Jonsson

William Taussig Scott, *The Physics of Electricity and Magnetism*. Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1959. Pp. 635, $ 8.75.

Brist på litteratur med boktitlar som »The Physics of ...» eller härmed synonyma rubriker föreligger förvisso ej, då det gäller elektricitetslärans, i vid bemärkelse, snabbt expanderande sfär (Page and Adams, Harnwell, Panofsky m. fl.). Ovannämnda bok måste dock tilldelas en förstarangsplats i denna värdemässigt starkt skiftande samling. Fysikerns synpunkter kommer här till tals på ett markant sätt. Teorier, återförda till i allmänhet elementära atomfysikaliska grunder, och experiment behandlas parallellt och i en formellt elegant, strängt logisk disposition. På tekniska utsvävningar sneglas ytterst snålt, men desto bredare är den säkra fysikaliska grund detta verk ger för avancerade utblickar över tillämpningar. Få amerikanska verk torde vara mera konsekvent MKSA-utformade än denna gedigna lärobok. Den icke MKSA-frälste finner med välbehag formlerna i *texten* även angivna i Gauss' system. Behandlingen av stoffet erinrar i viss utsträckning om Halléns välkända verk, bortsett från diskussionen om universella vågmotståndet. I korthet är detta några av bokens många förtjänster och karaktärsdrag.

Första tredjedelen ägnas elektrostatik. Coulombs, Gauss' och Maxwells lagar behandlas med tillämpningar. Metallers ledningsförmåga klargöres med utgångspunkt från elektronernas Fermifördelning, dock utan härledning av fördelningsfunktionen. Genom en särdeles pedagogiskt välskriven diskussion om just denna fördelning och härmed förknippade problem (förhistorien saknas dock) ger författaren en sammanfattande bild av metallernas, halvledarnas och isolatorernas elektroniska egenskaper. Efter denna analys av elektronernas energiförhållanden kan författaren ge en korrekt redogörelse för utträdesarbete, kontaktpotentialer m. m., och inte ens de elektrostatiska grundförsöken (gnidningsförsök m. fl.) glömmes bort, då det gäller att ge klassiska försök en modern förklaring. Att då även sådana fenomen som kemisk och termisk emk återföres på Fermifördelningen är högst naturligt men inte desto mindre synnerligen värdefullt.

De avsnitt som behandlar Laplaces ekvation, med tillämpning på elektrostatiska problem, i sfäriska och cylindriska koordinater, faller enligt rec. kanske något utanför ramen av framställningen i övrigt; dessa avsnitt har större berättigande i en rent teoretisk elektricitetslära, så mycket mera som lösningsmetoderna är konventionella och välkända från många andra problem, även om vissa gränsvillkorsdiskussioner ej saknar fysikaliskt intresse.

Klassisk likströmslära omfattar 70 sidor. I detta verk liksom i många andra amerikanska återfinnes beteckningen mho i kombination mhos/meter. Men varför ej använda negativa exponenter konsekvent, ohm^{-1}, eller bruten form för konduktivitetens enhet? — Framställningen uppvisar åtskilliga originella och avgjort goda grepp på många problem, såsom: »A cell is a chemical device for putting two conductors into electrical contact while maintaining a difference of Fermi levels between them». Tillämpning av Kirchhoffs lagar på ett nätsystem med användning av determinantteori ger i koncentrerad form superpositions-, reciprocitets- och kompensationsteoremen.

Det magnetiska fältet upptar 160 sidor. Författaren anför bl. a. följande om vektorbegreppet: »The results can all be expressed in a compact form using vector notation. However, this notation may conceal, from the reader unfamiliar with it, the physical meaning of the law», en viktig pedagogisk synpunkt, oberoende av vektorbegreppets egenvärde. Författaren har dock i stor utsträckning tillämpat vektorframställning, vilket rimligtvis bör tolkas som en formell förtjänst med risk för bristande fysikalisk inlevelse. Storheten B har den centrala positionen i detta avsnitt, vars enhet av International Electrotechnical Commission i juni 1956 begåvats med sitt tredje (sista?) namn: *tesla*. Benämningen weber/m^2 borde knappast en gång ha rekommenderats med kännedom om vad weber tidigare betytt, men vilket fel vidlåder den enda adekvata benämningen voltsekunder/m^2? Med all högaktning för den skicklige ingenjören Nikola Tesla så kan man med fortsatt aktivitet på dopfronten snart befara personnamn kanske på alla våra enheter, m/s, kg/m^3 etc. Skall inte längre storheternas definitioner vålla bekymmer, så skall tydligen enheternas benämningar göra det.

I fältavsnitten skulle man gärna sett en än bättre korrelation mellan Lenz' lag och Faradays formulering av induktionslagen (kraftverkan på en elektron i elektriskt och magnetiskt fält). Hall-effekten kunde här utöver andra experiment bli en viktig förenande länk i experimentellt avseende. Som bekant utnyttjas Hall-effekten numera tekniskt vid mätning av stora flödestätheter, och dessa s. k. Hall-effektgivare kunde även utnyttjas i elementär undervisning (trots vissa anomalier i denna effekt, där förklaringen kräver mera ingående kunskaper i solid state physics). Man saknar en fullständig definition på strömenheten. En förtjänst är de många lärorika exemplen på beräkning av flödestäthet (B). Dipolbegreppet har i stor utsträckning utträngt polbegreppet, främst vid behandling av skalar- och vektorpotential. I anslutning till induktionsfenomenet behandlas en av de klassiska absoluta resistansbestämningarna. Para-, dia- och ferromagnetism har fått en modern behandling så långt elementära atom-

kunskaper medger. En djupare inblick förutsätter vidgade kunskaper i atom- och kärnfysik samt i det fasta tillståndets fysik, och för ferromagnetismen saknas ju alltjämt en kvantummekanisk interpretation, då man eftersträvar en kvantitativ behandling av olika magnetiska materialstorheter.

Växelströmsteori i traditionell mening omfattar 70 sidor. Visarmetoden i koncentrerad form och den symboliska metoden i mer utvecklat skick genomgås, liksom kopplade kretsar m. m. Dessa avsnitt saknar något av den originalitet och idérikedom som präglar den tidigare framställningen. Fourier-analys av icke-sinusförlopp, transient- och pulsförlopp, derivations- och integrationskretsar behandlas, ibland väl knapphändigt. Laplaces transformationsmetod förbigås ej.

Elektromagnetisk strålning om 70 sidor avslutar detta verk, bortsett från ett i amerikansk litteratur traditionellt appendix, ägnat läsare med bristande kunskaper i vissa hjälpdiscipliner. Maxwells ekvationer utgör med nödvändighet här utgångspunkten för olika tillämpningar, bl. a. vågledarproblem. Som ett uttryck för författarens strävan att även i delvis klassiska strålningsproblem inarbeta moderna fysikaliska teorier och synpunkter får man uppfatta de sista avsnitten över speciell relativitetsteori med sin nära anknytning till ordinär elektromagnetisk teori, där författaren bl. a. diskuterar Maxwell-ekvationernas invarians vid en Lorentz-transformation.

Varje kapitel (10 st) kompletteras med problem av olika, ofta ej ringa, svårighetsgrad.

Som helhet är boken ur många synpunkter ett mönstergillt arbete över elektricitetslära, betraktad utifrån moderna fysikaliska aspekter i en form, som bär den kunnige fysikerns och den drivne pedagogens prägel. Detta förnämliga arbete kunde gärna ha burit den kortare titeln »The Physics of Electricity». Det hade varit en modernare titel, utan klassiska reminiscenser, på ett högaktuellt läsvärt arbete.

Eve Staffansson

C. F. Hix, jr./R. P. Alley, *Physical Laws and Effects*. Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1958. Pp. 291, $ 7.95.

Författarna har utgått ifrån att den moderna tekniken ofta utnyttjat fysikaliska upptäckter, som tidigare betraktats som kuriositeter utan praktisk användning. De har därför sökt göra en sammanställning av de fysikaliska lagar och företeelser som finns upptagna i såväl modern som äldre litteratur.

Man finner snart att författarna gett sig in på en tämligen hopplös uppgift. Kompilationens huvuddel, 222 sidor, upptager 122 lagar och effekter. Behandlingen följer här ett strikt schema: först en kortfattad beskrivning, därefter en redogörelse för de i lagen ingående stor-

heterna (varvid författarna i allmänhet använt cgs-systemets enheter) och slutligen någon litteraturhänvisning.

I detta avsnitt finner man så elementära och välkända saker som Coulombs, Ohms, Faradays och Keplers lagar, under det att en mängd av de lagar som författarna enligt sin målsättning bort redovisa, lyser med sin frånvaro. Författarna har tydligen varit medvetna om denna brist, och på de sista 24 sidorna lämnas en förteckning över 184 lagar etc. Dessa presenteras emellertid så knapphändigt att det i regel endast blivit en antydan om deras innebörd. Detta beror enligt författarnas egen uppgift på att de saknat tid att undersöka lagarnas bakgrund och riktighet, vilket förefaller underligt, då man i förteckningen finner så välkända lagar som Laplaces, Maxwells och Poiseuilles ekvationer.

Trots detta tillägg kan kompilationen givetvis ej betraktas som fullständig. Därtill kommer att boken upptager en del begrepp som varken kan betraktas som fysikaliska lagar eller »effekter». Dit hör exempelvis parallaxbegreppet och periodiska systemet. Purkinjeeffekten och Weber-Fechners lag är båda rent fysiologiska men ägnas likväl ett par sidor. Sörensens pH-skala finns med, fastän den helt tillhör kemiens område. Det ger också ett underligt intryck att finna Hallwachs-effekten upptagen i den senare förteckningen, under det att fotoelektrisk effekt tidigare behandlats ganska utförligt.

Arvid Ljunghall

O. Lindstad, *Veiledning i skoleforsök i elektrisitetslære.* Norsk Lektorlags faglig-pedagogiske skrifter nr 6. Oslo, 1959. 57 sid. i stencil, nkr 7:50. Rekvireras från Norsk Lektorlag, Wergelands v. 15, Oslo.

Vi äger numera flera utmärkta läroböcker i fysik, medan däremot handledningar för lektionsförsök och elevlaborationer icke är så talrikt representerade. Lindstads bok är dels en komplettering av gymnasiets läroböcker i elektricitetslära, dels en vägledning vid den experimentella undervisningen inom mera krävande delar av elektricitetsläran. Följande huvudavsnitt i boken kan framhållas: magnetfält, induktion, växelströmmar, transformatorer, mikrofoner, telefoner och högtalare, pulserande likström, elektriska svängningar, glimlampor, fotoceller, glödlampor och lysrör, katodstråleoscillografer, generatorer och motorer.

I en kort recension kan endast några glimtar ges av innehållet. Förf. betonar att det är fördelaktigt att vid induktionsförsök använda växelström med hög frekvens, exempelvis 500 p/s i stället för nätspänningens 50 p/s, ty härigenom kommer det induktiva motståndet att dominera över det ohmska trådmotståndet. Man kan t. ex. få lämpliga värden på den magnetiska induktansen i en transformator även vid små värden på lindningstal och genomskärningsyta, och en

järnskivas magnetiska skärmning kan lätt visas, om fältet har högt svängningstal. — Författaren visar hur ett motstånd kan transformeras till önskat värde med hjälp av en transformator med lämpligt omsättningstal. Den svängande spolen i en högtalare har lågt växelströmsmotstånd, men med hjälp av en transformator kan impedansen avpassas så att den blir av samma storleksordning som det övriga växelströmsmotståndet i kretsen, varigenom högsta möjliga effekt erhålles.

Enkla metoder anges för mätning av koefficienter för självinduktion och ömsesidig induktion. — Stroboskopiska metoder beskrivas för mätningar av växelströmsfrekvenser. — Induktiv tröghet visas med hjälp av en kortvarig slutning av en strömkrets med hjälp av en fallande kula samt mätning av den därvid alstrade elmängden med hjälp av stötgalvanometer. — Emedan spänningen över en glimlampa är oberoende av styrkan av strömmen genom lampan, kan denna användas för stabilisering av spänningen över ett belastningsmotstånd. — Oscillografens mångsidiga användbarhet inom olika delar av fysiken behandlas rätt utförligt; bl. a. anges anordningar för alstring och demonstration av dämpade och odämpade svängningar, interferenser och svängningar.

Kort sagt: boken är full av goda råd och upplysningar för iordningställandet av lektionsförsök. Förf. har ett säkert grepp om ämnet, och han behandlar väsentliga och grundläggande problem inom den elementära elektricitetsläran. Boken rekommenderas varmt.

Birger Grundström

Charles M:son Gewertz, *Växelströmslära.* Svenska Bokförlaget, Stockholm, 1959. 244 s., kr. 29:—.

Boken är, som framgår av företalet, närmast avsedd för undervisningen i växelströmslära på den elkrafttekniska linjen vid de högre tekniska läroverken. Vissa delar av boken utgöra en omarbetning och mycket väsentlig utökning av det kompendium i växelströmslära, som tidigare använts vid Fackskolan i Västerås.

I boken delas växelströmsläran upp i fyra delar. Första delen, som omfattar ungefär halva boken, behandlar växelströmsteori utan användning av symboliska metoden. I 18 kapitel avhandlas här växelströmmens och växelspänningens åskådliggörande medelst våg- och visardiagram, sammansättning och uppdelning av strömmar och spänningar etc. Aktiv, reaktiv och skenbar effekt behandlas också som visare, vilka läggas in i samma diagram som spännings- och strömvisarna, men det framhålles tydligt, att effekten har dubbla frekvensen i jämförelse med spänning och ström. Det kapitel som

behandlar mätning av växelströmsstorheter och mätinstrument har fått ett väl tilltaget utrymme (30 sidor).

Andra delen behandlar symboliska metodens användning inom växelströmsteorin. Olika numeriska exempel finnas här genomgångna medelst denna metod. Likaså upptagas här växelströmsbryggor för mätning av induktans och kapacitans.

I tredje delen som endast omfattar 12 sidor behandlas ortsproblem, det magnetiska fältets inverkan på strömfördelning och förluster samt transient ström i växelströmskretsar.

Den fjärde och sista delen är ägnad trefassystemet. Här behandlas trefassystemets olika kopplingar, symmetrisk och osymmetrisk belastning samt mätning av aktiv och reaktiv effekt i ett trefassystem.

Genomgående för hela boken är en klar och redig uppställning. Överallt användas normenliga beteckningar i såväl text som figurer. Figurerna äro väl ritade och mycket tydliga. Den enda felaktighet jag har kunnat upptäcka är säkringarna i sekundärsidans jordade uttag på spänningstransformatorerna i fig. 12.30 och 12.32.

Vad jag saknar i läroboken är en samling övningsexempel, avpassade till kursavsnittet. Visserligen förekommer i texten ett ganska stort antal lösta numeriska uppgifter, men inlärandet av växelströmsläran kräver omfattande övning i problemlösning. Bokens värde skulle öka oerhört, om den kompletterades med en lämplig samling övningsuppgifter.

Roger Agrelius

Visual Problems of Colour. A Symposium held at the National Physical Laboratory on 23—25 September 1957. Her Majesty's Stationery Office, London 1958. Vol. I and II. Pp. 749, £ 2 2s. Od.

NPL:s symposier anordnas på ett mönstergillt sätt. Ett halvår i förväg skall manuskripten till föredragen — endast inbjudna — vara insända. De dupliceras därefter och sänds ut i häftesform i god tid till deltagarna, och presentationen under själva symposiet inskränkes till några kommentarer och förklaringar. På detta sätt blir diskussionen huvudsaken. Föredragen tryckes än en gång tillsammans med diskussionerna, och en bok som den föreliggande kan komma ut ganska snabbt efter symposiet.

Under de sista 30 åren har experimentella attacker på synmekanismen avslöjat ganska mycket om de komplicerade förloppen. Kemister, särskilt Wald i Boston och några engelsmän, har i extrakt identifierat åtskilliga färgämnen, särskilt rhodopsinet och iodopsinet, vilkas absorptionsspektra påtagligt väl stämmer med känslighetskurvorna för det scotopiska och det fotopiska seendet (stav- resp. tappseendet). Dessa föreningar har släktskap med vitaminerna A, och man har påvisat åtskilliga reaktioner med ljus som har fysiologiska motsvarig-

heter i olika slag av adaptation. Även om åtskilliga slutsatser fortfarande är svagt underbyggda — exempelvis stämmer inte alls proportionerna mellan ämnenas förändringar och känslighetsförändringarna vid en adaptation — så har kemisternas extraktioner och analyser fått mycket starka stöd bl. a. i direkta fotometriska mätningar av spektrala reflexionens förändringar i näthinnan hos levande ögon (Rushton, Cambridge).

Elektroretinogrammen är en annan givande källa till kunskapen om synprocesserna. Utom denna tekniks skapare prof. Granit var åtskilliga forskare på detta fält med i diskussionerna. Genom att studera de elektriska nervimpulserna kan man börja att förstå transportmekanismen i nerverna och ganglierna. De experimentella svårigheterna är stora, man bör bl. a. kunna lokalisera elektroderna i förhållande till de anatomiska detaljerna på delar av μ när. En fysiker hoppas mycket av den kommande forskningen på detta område, särskilt om den kan kombineras med de nya rönen om ögats ständiga mikrorörelser, som är så väsentliga att hela synintrycket försvinner om de bringas att avstanna genom fixering av näthinnan vid »strålen». Utan tvekan kommer elektrisk kretsteori att lämna värdefulla bidrag på detta forskningsfält.

Oavsett helt nya förbluffande rön om varseblivningen av färger — jag syftar på Lands färgprojektioner, se Scientific American maj 1959 — är teorierna för färgseendet ännu så länge behäftade med alltför många hypoteser för att ens grunddragen skall kunna anses säkerställda. Symposiets handlingar är upplysande och intressanta vad beträffar dagens läge. Som den franske fysikern LeGrand säger i sitt föredrag, är färgseendet »ännu ett mysterium, och just detta ökar vårt intresse för problemet». *Erik Ingelstam*

Leo Hansen, *Rumfart og raket-teknik.* Hirschsprung, København, 1958, 144 s., dkr. 16: 50.

Som inledning ges en detaljrik redogörelse för de under åren 1957 och 1958 uppsända satelliterna med autentiska bilder och planscher. Bokens följande avsnitt behandlar det geofysiska årets uppgifter, observationsnätet och något om de kända resultaten från satelliternas registreringar. Tämligen onödig är redogörelsen för raketvapnen i öst och väst, ett helt kapitel.

Nästa avsnitt behandlar fortsatta planer i fråga om satelliter och rymdfärder. Här gäller det först det svåra problemet att få en satellit oskadd tillbaka, vilket borde ha behandlats utförligare. Sedan kommer problemet »människan i rymden», där den kosmiska strålningen är av betydelse. De senaste resultaten här förelåg tydligen inte vid bokens utgivande. Förf. är optimistisk men reserverar sig så: »Nya resultat

från satelliternas mätningar kan dock möjligen ändra denna uppfattning.»

Här behandlas vidare det amerikanska långtidsprogrammet »Månesonderinger», som enligt förf. bör kunna genomföras med nu tillgänglig materiel. Bokens sista avsnitt behandlar mera spekulativa framtidsmöjligheter. Dit räknar förf., märkligt nog, uppbyggandet av en kring jorden kretsande rymdstation. För resor ut i rymden behövs drivmedel av helt ny typ, och förf. tar utförligt upp olika förslag, bl. a. jonraketer och fotonraketer.

Boken avslutas med en samling exempel anknutna till de olika kapitlens problem. Exemplen är inte så enkla som förf. inledningsvis påstår utan kräver i en del fall rent av integrering.

Medan de svårare problemen ser ut att vara korrekt behandlade, förekommer fel, när det gäller de enklare. För fallhöjden vid fritt fall ges formeln $h=\frac{1}{2}\cdot g\cdot t$, och egendomligt nog ger förf. i motsvarande kapitel (sid. 56) den felaktiga uppgiften, att fallet vid jordytan under andra och tredje sekunden är 10 m och 15 m. I ex. 10 skall 10^6 vara 10^{-6}. På ett par ställen har kW och kWh, watt och wattsek. förväxlats. Sid. 118 anger oriktiga värden på den av solen framkallade accelerationen på olika avstånd. På sid. 48 förekommer det felaktiga påståendet, att ljudets hastighet i luft är proportionell mot luftens temperatur.

Förf., som är ordf. i danska astronautiska sällskapet, är ingenjör och förefaller vara mycket kunnig i fråga om tekniska detaljer och problem. De nämnda felen får väl betraktas som rena förbiseenden, som kommer att rättas i kommande upplagor.

Boken är som helhet mycket intressant och kan, trots de nämnda felen, rekommenderas till studium av de för dessa högaktuella problem intresserade.

Conrad Lönnqvist

G. J. Whitrow, *The Structure and Evolution of the Universe*. Hutchinson, London, 1959. Pp. 212, 21s. net.

Av bokens åtta kapitel ägnas de båda första åt en återblick över uppfattningen av universum genom tiderna. Författaren redogör för de modeller av stjärnsystemet, som på sin tid i tur och ordning uppställdes av William Herschel, Seeliger och Kapteyn. Solen ansågs då ännu vara centrum i ett relativt litet system. Så följde Shapleys betydligt större modell, där solen låg excentriskt. Genom Hubbles undersökningar blev det klart, att vårt stjärnsystem var en galax bland andra sådana. I fortsättningen av boken lämnas en utförlig exposé över rums- och tidsbegreppets historia. Newton, Berkeley, Leibniz, Kant och Poincaré passerar revy, innan relativitetsteoriens kända namn presenteras, bl. a. Fitzgerald, Lorentz, Einstein och Minkowski.

De världsuppfattningar, som direkt bygger på relativitetsteorien, Einsteins, de Sitters och Friedmann och Lemaîtres, beskrives, likaså Milnes, Eddingtons samt Bondis och Golds världsmodeller. I näst sista kapitlet redogöres för galaxforskningens nuvarande läge. Till sist genomgås de olika teorierna för universums skapelse. Beskrivningen av bestämningarna av jordens och universums ålder börjar med ärkebiskop Ussher, som förlade jordens skapelse till söndagen den 23 oktober år 4004 f. Kr., och slutar med en redogörelse för de ytterst intrikata radioastronomiska observationer av kolliderande galaxer, ur vilka man tror sig kunna få definitivt svar på frågan, om universum är expanderande eller ej, och därigenom också avgöra, om universum har ändlig ålder.

Sammanfattningsvis kan sägas, att boken är mycket innehållsrik och att den på ett intresseväckande sätt diskuterar svåra och ännu olösta problem inom kosmologien. *Olof Eklöf*

The Structure of Electrolytic Solutions. Edited by W. J. Hamer. Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1959. Pp. 441, $ 18.50.

Vid ett symposium med Electrochemical Society, 1957 i Washington, presenterades de föredrag, som här med smärre ändringar samlats till en bok. Man kan väl inte säga, att alla 26 uppsatserna behandlar elektrolytlösningars struktur annat än i mycket vidsträckt bemärkelse. I sin helhet utgör emellertid denna samling av uppsatser den avgjort mångsidigaste framställning som givits av de sista tjugo årens utveckling av teorin för elektrolytlösningar.

Synpunkter på sambandet mellan aktivitetsvärden och olika modellföreställningar om elektrolytlösningar behandlas i åtminstone sju olika kapitel. Det faktum, att de framlagda åsikterna delvis går isär, gör ej läsningen mindre intresseväckande.

Olika kinetiska egenskaper hos elektrolytlösningar är också föremål för intresse i ett flertal kapitel.

Om Raman-spektroskopiska undersökningar av koncentrerade vattenlösningar av starka elektrolyter berättar Young, medan Eigen försöker ge en åskådlig bild av strukturen i sura och basiska lösningar, dvs. visa vad som egentligen ligger bakom symbolerna H_3O^+ och OH^-. En delvis liknande diskussion görs också av systemet NH_3—H_2O.

Spedding lägger fram ett utomordentligt rikt experimentellt material, belysande de sällsynta jordartsmetallernas saltlösningar, och Kraus redovisar sina anjonbytesundersökningar av metallkomplex.

Möjligheten att experimentellt skilja mellan existensen av isolerade hydratiserade joner och jonpar med delvis gemensamt vattenhölje diskuteras även.

Slutligen görs intressanta jämförelser med mekanismen för jonkristallers smältning samt med studiet av komplex i saltsmältor.

Detta och en hel del annat presenteras på ett i stort sett friskt och okonventionellt sätt men utan tvekan med ganska stora krav på läsarens förkunskaper. I de flesta fall underlättar emellertid litteraturförteckningen ett relativt snabbt framträngande till den punkt, där framställningen börjar i de föreliggande uppsatserna.

Ingvar Lindqvist

H. J. Zimmerman/S. J. Mason, *Electronic Circuit Theory, Devices, Models and Circuits.* Wiley & Sons, New York/Chapman & Hall, London, 1959. Pp. 564, $ 10.75.

Boken är författad av två professorer vid MIT och ingår i en ny serie läroböcker för elektrotekniska avdelningen vid denna högskola. Fem års föreläsningar ligger bakom uppläggningen av denna kursbok.

Två väsentliga problem inom elektroniken behandlas systematiskt, dels hur man utvecklar en kretsmodell eller ekvivalent krets för rör, transistorer eller andra element och dels vilka analysmetoder man kan tillämpa för att lösa problem, där lämpliga kretsmodeller uppställts.

Det nya i behandlingen av elektroniska kretsar i amerikansk undervisning är kretsmodeller som är bitvis linjära (piecewise-linear). Dessa kretsmodeller innehåller ideella dioder som tar hänsyn till ickelineariteterna och resistanser som får symbolisera differentiella resistanser inom olika arbetsområden.

Boken omfattar, förutom elementär krets- och ledningsteori, två utförliga kapitel om transistorns resp. rörets kretsmodeller och ett kortare kapitel om speciella komponenter samt tyratroner, cryotroner m. m. Slutet av boken ägnas huvudsakligen åt vågformning och generering av olika vågformer.

Uppläggningen av boken, de många räkneexemplen (tyvärr utan svar) och den mycket goda genomarbetningen gör boken till en bra kursbok. Den behandlar de elektroniska kretsarna med modeller, så att man förstår hur de arbetar i olika områden. Vad som däremot ej behandlas i boken är den mångfald praktiska kompromisser som måste göras i tekniska konstruktioner och som ofta blir helt avgörande för de elektroniska kretsarnas uppbyggnad och dimensionering.

G. Markesjö

Forts. sid. 282

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

2231) *I ena ändpunkten B av en parabelkorda AB drages kurvans tangent. En godtycklig diameter skär kordan i O, parabeln i P och tangenten i T. Med AB parallella linjer genom P och T skär diametern genom A i A_1 respektive A_2. Diametern genom B skär A_1P i B_1. Visa, att ytorna $AOTA_2(A)$ och $ABB_1A_1(A)$ är lika stora.* *X.*

2232) *Sidornas mittpunkter i triangeln ABC är A_1, B_1, C_1, så att A_1 ligger på BC. På sidornas mittpunktsnormaler avsättes A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 proportionella mot a, b, c, och riktade alla ut ur triangeln eller alla inåt. Normalen genom A mot B_2C_2 skär A_1A_2 i A_3. På samma sätt erhålles B_3 och C_3. Visa, att $A_1A_3 : B_1B_3 : C_1C_3 = a : b : c$.*

V. Thébault

2233) *I sagan om Tors besök hos jättarna fick Tor som bekant utan att han visste om det göra ett försök att lyfta Midgårdsormen. Om vi förutsätter, att ormen räckte runt jorden, så att den bet i sin stjärt, hur högt lyfte Tor ormen, om den tänjdes en meter. Jordens radie är 637 mil.* *I. Gunsjö*

Enklare matematiska uppgifter[2]

2234) Sök exakta värdet av den reella roten till ekvationen $2x^3+x^2-3x+3=0$.

Svar: $-3:(\sqrt[3]{19}-1)$. Multiplicera båda leden med 9.

2235) Lös ekvationssystemet:

$$x^2+xy+y^2=7, \quad x^2+xz+z^2=13, \quad y^2+yz+z^2=19.$$

Svar: x, y och z är resp. ± 1, ± 2, ± 3 eller $\pm 5 : \mp\sqrt{3}$, $\mp 1 : \sqrt{3}$, $\mp 7 : \sqrt{3}$.

2236) I varje triangel ABC är $a : AH \pm b : BH \pm c : CH = abc : AH \cdot BH \cdot CH$, om H är ortocentrum. Övre tecken för A spetsig, undre för A trubbig, om A är största vinkeln.

2237) Vilket av bråken $\sqrt{6{,}5} : (\sqrt{63}-\sqrt{11{,}25})$ och $3{,}4 : (\sqrt{112}-\sqrt{20})$ är störst?

Svar: Det senare; kvoten är $10\sqrt{26} : 51$.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 2234—2235 är insända av *S. Nyström*, 2236 av *L. Henriksson*, 2237—2243 av *M. Brunnander*.

2238) Visa, att summan av de inverterade värdena av det största och det minsta av fyra godtyckliga konsekutiva positiva hela tal är större än summan av de mellerstas inverterade värden.

2239) I triangeln ABC, där $AB:AC=\sqrt{3}:1$, utdrages sidan BC. På förlängningen tages punkterna D och E så, att $BC=CD=DE$. Visa, att $AE:AD=\sqrt{3}:1$.

2240) Bestäm de exakta värden, som termerna $3\sin x$, $4\cos x$ och $2:\cos x$ var för sig antar för värden på x, som satisfierar ekvationen $3\sin x+4\cos x=2:\cos x$.

Svar: $\pm 1{,}2\sqrt{5}$, $\pm 0{,}8\sqrt{5}$ och $\pm 2\sqrt{5}$ eller $\pm 0{,}6\sqrt{5}$, $\mp 1{,}6\sqrt{5}$ och $\mp\sqrt{5}$.

2241) Hur stor är vinkeln mellan sidoyta och bottenyta i en regelbunden fyrsidig pyramid, där den inskrivna och den omskrivna sfären har samma medelpunkt?

Svar: 65,53°.

För baskantvinkeln v i en regelbunden n-sidig pyramid med koncentriska om- och inskrivna klot gäller $\cos v=\cos\pi/n:(1+\cos\pi/n)$, dvs. $\sin\frac{1}{2}v\cdot\cos\pi/2n=0{,}5$.

2242) Vilka värden kan avståndet mellan vertex och närmaste brännpunkt anta i en ellips, där parametern är 1 cm?

Svar: Mellan 0,25 och 0,5 cm.

2243) Avståndet mellan foci i en ellips är större än lillaxeln. En cirkel uppritas med lillaxeln som diameter. En tangent till cirkeln går genom ena focus och skär ellipsen i P och Q. Visa, att PQ är = halva storaxeln.

Lösningar till uppg. 2206—2208

2206) *I en följd av $(2n+1)$ konsekutiva hela tal är summan av de $(n+1)$ första talens kvadrater lika med summan av de n återstående kvadrater. Bestäm första talet i följden.* *X.*

Man får $t^2+(t+1)^2+(t+2)^2+\ldots+(t+n)^2=(t+n+1)^2+\ldots+(t+2n)^2$. Efter överflyttning erhålles enligt konjugatregeln $t^2=n(2t+n+2)+n(2t+n+4)+\ldots+n(2t+n+2n)=n^2\cdot 2t+n^3+n^2(n+1)$, varav $t_1=-n$ och $t_2=2n^2+n$. Det första talet är alltså $-n$ eller $2n^2+n$. *E. Samén*

Även löst av *H. Simonsson, Kj. Å.*

2207) *I triangeln ABC är sidan BC given till längd och läge. Medianen mot BC och ytterbisektrisen till vinkeln A är lika långa. Sök orten för punkten A.* *V. Thébault*

I. Med origo i mittpunkten M av BC, B i $(a; 0)$, C i $(-a; 0)$, A i $(x; y)$, bisektrisens skärningspunkt N med BC i $(2x; 0)$, blir ortens ekvation $[(x+a)^2+y^2] : [(x-a)^2+y^2] = (2x+a)^2 : (2x-a)^2$. Efter förenkling erhålles $x^2-y^2=0{,}5a^2$ dvs. en liksidig hyperbel med foci i B och C. *S. B.*

II. Hyperbeln genom A med B och C som foci har M som centrum och ytterbisektrisen AN till normal i A. Linjen NA skär mittnormalen till BC i O. Mittnormalen till MN skär NO i dess mittpunkt A. För hyperbeln är $NA : AO = b^2 : a^2$, om a och b är halvaxlarna. Alltså är hyperbeln liksidig och utgör den sökta orten. Topparna bör undantas. *N. J.*

Även löst av *H. Simonsson, M. Sjölander*

2208) *I en cirkel $(O; R)$ är AB en diameter och n en normal till AB. Dessa element är givna. En variabel linje genom A, som skär cirkeln på nytt i P, råkar n i S, så att dess normal i denna punkt skär cirkeln i Q (och Q_1). Sök orten för mittpunkten av kordan PQ.* *Journal de mathématiques élémentaires*

Mittpunkten M av PQ är O:s projektion på PQ och centrum i cirkeln PSQ. Nu är $AS \cdot AP = AB \cdot AR = k_1$, där R är skärningspunkten mellan n och AB. Enl. sekantsatsen är $(AM+MP)(AM-MP) = AM^2-MP^2=k_1$. Men OM^2+MP^2 är också konstant $(=R^2)$, så att AM^2+OM^2 likaledes är konstant. Därav följer, att M ligger på en cirkel (O_1) med centrum O_1 mittemellan A och O. Med bortseende från det triviala fall, att n tangerar O, antar vi först, att n skär O i U och V, vilka punkter tillhör orten. Genom att variera AP finner man att orten är den båge UV på O_1, som ligger inom O. Om n icke skär O, men den till A hörande fotpunktskurvan med avseende på O (kardioid med topp i B och spets i A), är U och V imaginära, men ligger på O_1, som alltså fortfarande tillhör det av O och n bestämda knippet. Hela O_1, belägen inom O, tillhör nu orten. När n slutligen tangerar kardioiden, reducerar sig orten till en punkt. *X.*

Även löst av *N. J., H. Simonsson*

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen

November 1959

Matematiska uppgifter[1]

Reallinjens matematiska gren

1. Det finns ett polynom y av tredje graden i x, som satisfierar differentialekvationen $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}+12y=0$ och som antar värdet 1 för $x=1$. Bestäm detta polynom.
2. Parabeln $y^2=2px$ och en cirkel har gemensam tangent i origo. Cirkeln skär dessutom parabeln i två punkter. Visa, att radien i cirkeln har ett bestämt gränsvärde, när dessa punkter obegränsat närmar sig origo. Ange ekvationen för den så erhållna gränscirkeln, den s. k. krökningscirkeln till parabeln i origo.
3. Bestäm maxima och minima till funktionen $y=\cos x-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{3}\cos 3x$, och konstruera motsvarande kurva i dess huvuddrag.
4. I en regelbunden tresidig pyramid är sidokanten hälften så stor som summan av baskanten och höjden. Bevisa, att vinkeln mellan två sidoytor är exakt dubbelt så stor som vinkeln mellan en sidoyta och basytan.
5. Upprita kurvan $y=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$ i dess huvuddrag. Från punkten P på kurvan med x-koordinaten 1 fälles normalerna PX mot x-axeln och PY mot y-axeln. Origo betecknas med O. I vilket förhållande delas ytan av rektangeln $OXPY$ av kurvan? — Det förutsättes som bekant, att $\frac{de^x}{dx}=e^x$.
6. I en hyperbel har transversalaxeln ett bestämt läge och dess längd är $2a$, medan konjugataxeln varierar. Sök och konstruera orten för parametrarnas ändpunkter.
7. Summera serien $x+2x^2+3x^3+\ldots+nx^n$. — Man kan exempelvis använda en metod liknande den som användes vid härledning av den geometriska seriens summa.
8. I en likbent triangel med ytan 1 ytenhet inskrives en ellips på så sätt, att en av ellipsens axlar blir parallell med triangelns bas. Visa, att ytan av den största ellips, som på detta sätt kan inskrivas, är oberoende av den likbenta triangelns form. Ange också denna maximiyta.

Resultat: **1.** $\frac{1}{2}(5x^3-3x)$. **2.** $x^2+y^2-2px=0$. **3.** Max. i $(2n\pi;\ \frac{5}{6})$ och $(\frac{1}{2}\pi+n\pi;\ \frac{1}{2})$. Min. i $(\pi+2n\pi;\ -\frac{11}{6})$ och $(\pm\frac{1}{3}\pi+2n\pi;\ \frac{5}{12})$. Symmetriaxlar

[1] Enligt gymnasiereformen av år 1953, som tillämpas vid studentexamen fr. o. m. v. t. 1957.

$x=n\pi$. **5.** $(e^2-1):2=3{,}195:1$. **6.** Om hyperbelns ekv. är $b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2$, där b varierar, blir orten de delar av parablerna $x^2=\pm ay+a^2$ för vilka $x^2>a^2$. **7.** $x[1-(n+1)x^n+nx^{n+1}]:(1-x^2)$ för $x\neq 1$ och $\frac{1}{2}n(n+1)$ för $x=1$. **8.** $\frac{1}{9}\pi\sqrt{3}$ ytenheter. — Projektion kan med fördel användas.

Reallinjens biologiska gren

1. Upprita kurvan $y=4x-x^2$ i dess huvuddrag. Beräkna därefter ytan av den ändliga del av koordinatplanet, som ligger mellan kurvan och tangenterna till kurvan i dennas skärningspunkter med x-axeln.
2. En regelbunden tetraeder och en kub har lika stora volymer. Beräkna förhållandet mellan tetraederns och kubens totala begränsningsytor. Förhållandet skall anges i exakt och så långt som möjligt förenklad form.
3. I funktionen $y=e^{kx}$, där k är ett reellt tal, sättes $x=1, 2, 3, \ldots$. Visa, att de erhållna funktionsvärdena bildar en oändlig geometrisk serie. För vilka värden på k är denna serie konvergent? Bestäm slutligen k så, att seriens summa blir $\frac{1}{3}$.
4. Kateterna i en rätvinklig triangel är lika stora som sidan respektive diagonalen i en kvadrat. Beräkna vinkeln mellan medianen till hypotenusan och medianen till den längre av kateterna.
5. I en aritmetisk serie med ett udda antal termer är första termen 10. Summan av termerna med udda ordningsnummer är 16 och summan av termerna med jämna ordningsnummer 12. Vilken är serien?
6. Kurvan $y=ax^2$, där $a>0$, är uppritad i ett rätvinkligt koordinatsystem. Origo betecknas med O, och P är en godtycklig punkt på kurvan. Normalen från P mot y-axeln råkar denna i punkten Q. Normalen i P mot sammanbindningslinjen OP skär y-axeln i punkten R. Visa, att kurvans normal i punkten P är median i triangeln PQR.
7. I det ovan x-axeln belägna segmentet av parabeln $y=3-x^2$ inskrives en rektangel med en sida utefter x-axeln. Undersök och åskådliggör grafiskt med angivande av eventuella maxima och minima, hur längden av rektangelns diagonal varierar som funktion av x-koordinaten för rektangelns hörn på positiva x-axeln.
8. En funktion $y=f(x)$ är i intervallet $x\leqq 2$ definierad genom ekvationen $y=6-2x-x^2$, i intervallet $2<x<3$ genom ekvationen $y=ax+b$ och i intervallet $x\geqq 3$ genom ekvationen $y=x^2+cx+d$. Bestäm konstanterna a, b, c och d så, att $f(x)$ för $x=2$ och $x=3$ blir kontinuerlig och får derivata. Upprita slutligen den mot funktionen svarande kurvan.

Resultat: **1.** $5\frac{1}{3}$ ytenh. **2.** $\sqrt[6]{3}$. **3.** $k<0$; $k=-{}^{e}\log 4=-1{,}386$. **4.** 90°. **5.** 10, 8, 6, 4, 2, 0, −2. **7.** Om p är x-koord. för rektangelns hörn på

x-axeln, är diagonalen $=\sqrt{(p^2-1)^2+8}$ med villkoret $0<p<\sqrt{3}$. Diagonalen går från gränsmax. 3 genom minimum $\sqrt{8}$ till gränsmax. $\sqrt{12}$. 8. $a=-6$, $b=10$, $c=-12$, $d=19$. Kurvan har centrum i (2,5; −5).

Allmänna linjens sociala gren

1. Den ena sidan i en parallellogram är dubbelt så stor som den andra, och diagonalerna är 9 cm och 13 cm. Beräkna parallellogrammens vinklar.
4. En stipendiefond uppgick vid början av år 1959 till 20 000 kronor. Den är placerad mot 4 % ränta. Av räntan skall vid slutet av varje år fr. o. m. år 1959 75 % utdelas som stipendium, medan återstoden lägges till kapitalet. Inga förvaltningskostnader beräknas. Hur stort blir det stipendiebelopp, som skall utdelas vid slutet av år 1969, om man antar, att räntesatsen (räntefoten) förblir oförändrad?
8. En funktion $y=f(x)$ är i intervallet $x\leqq 1$ definierad genom ekvationen $y=6-2x-x^2$ och i intervallet $x>1$ genom ekvationen $y=x^2+ax+b$. Bestäm konstanterna a och b så, att $f(x)$ för $x=1$ blir kontinuerlig och får derivata. Upprita slutligen den mot funktionen svarande kurvan.

Uppg. 2, 3, 5, 6, 7 se biol. gren 1, 2, 3, 5, 6.

Resultat: 1. 63,89° och 116,11°. 4. 663 kr. 8. $a=-6$, $b=8$; kurvan har centrum i (1; 3).

Matematiska uppgifter för latin- och realgymnasiet

Enl. 1933 års stadga

Latingymnasiet

1. I en konvergent oändlig geometrisk serie är summan lika med inverterade värdet av kvoten. Skillnaden mellan andra och första termen är 4,5. Vilken är serien?
2. Se social gren 1.
3. Lös ekvationssystemet

$$\frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y}=\frac{4}{3y};\quad \frac{1}{x-y}-\frac{1}{x+y}=\frac{4}{3}$$

4. En lantbrukare har en äng, som på en sida begränsas av en rätlinig kanal. Han vill med ett nätstängsel av 100 m längd inhägna en del av ängen i form av en rektangel med en sida utefter kanalen. På sistnämnda sida behövs intet stängsel. Ange ytan av inhägnaden som funktion av dess ena sida, och bestäm medelst grafisk metod eller på annat sätt, hur stora rektangelns sidor skall vara, för att

inhägnaden skall få så stor yta som möjligt. Ange även storleken av denna yta.

5. Diametern i en halvcirkel är bas i en likbent triangel, vars lika stora sidor skär halvcirkelbågen i punkterna A och B. Triangeln och halvcirkeln har lika stora ytor. I vilket förhållande delas triangelns yta av kordan AB?
6. I en triangel ABC är vinkeln A 30°. På sidorna BC, CA och AB är i ordning punkterna A', B' och C' så belägna, att triangeln $A'B'C'$ är liksidig och $A'C'$ är parallell med sidan AC. Vidare är sträckan AC' fyra gånger så lång som sträckan $C'B$. Beräkna vinklarna i triangeln ABC.
7. I en triangel med ytan 24 cm² är en vinkel 106,26° och denna vinkels bisektris 4 cm. Beräkna triangelns sidor och vinklar.
8. Bisektrisen till vinkeln A i triangeln ABC delar sidan BC i förhållandet 1 : 3. Den delar vidare höjden mot sidan AC i förhållandet 1 : 2. Beräkna triangelns vinklar.

Resultat: **1.** -3; 1,5; $-0{,}75\ldots$ **3.** $x_1=1$, $y_1=\frac{1}{2}$; $x_2=1$, $y_2=-2$. **4.** Om de tre stängselsidorna är x, $100-2x$ och x m, så är ytan $= x(100-2x)$ m², vars max. är 1250 m², då nyssnämnda sidor är 25, 50 och 25 m. **5.** I förhållandet $(\pi^2-4)^2 : 16\pi^2$, dvs. 0,2182 : 1. **6.** $B=130{,}89°$ och $C=19{,}11°$. **7.** Sidorna är 5 cm, 10 cm, 12,37 cm och vinklarna 22,83°, 50,91° och 106,26°. **8.** $A=60°$, $B=100{,}89°$ och $C=19{,}11°$. — Då bisektrisen till A delar höjden mot AC i förh. 1 : 2, erhålles genast, att $A=60°$, osv.

Realgymnasiet. Allmän kurs

3. I funktionen $y=2^{kx}$, där k är ett reellt tal, sättes $x=1, 2, 3, \ldots$. Visa, att de erhållna funktionsvärdena bildar en oändlig geometrisk serie. För vilka värden på k är denna serie konvergent? Bestäm slutligen k så, att seriens summa blir $\frac{1}{3}$.
4. Lös ekvationen $\sin 2x+\sin 4x=4\cos^4 x$.
7. I ett halvklot är tre lika stora sfärer placerade på så sätt, att de tangerar varandra två och två och därjämte tangerar såväl den plana som den buktiga ytan av halvklotet. Hur många procent av halvklotets volym upptar de tre sfärerna tillsammans?
8. Undersök, hur antalet gemensamma punkter till kurvorna $y=x^3-x^2$ och $y=kx^2-4$ beror av värdet på den reella konstanten k.

Uppg. 1, 2, 5, 6 se biol. gren 5, 4, 6, 7.

Resultat: **3.** $k<0$; $k=-2$. **4.** $x_1=90°+n\cdot 180°$, $x_2=45°+n\cdot 180°$, $x_3=116{,}57°+n\cdot 180°$, motsvarande resp. $\cos x=0$, $\operatorname{tg} x=1$, $\operatorname{tg} x=-2$. **7.** 37,2 %. **8.** Antalet gemensamma punkter är för $k<2$ *en*, för $k=2$ *två* (en dubbel), för $k>2$ *tre*.

Realgymnasiet. Specialkurs

1. I en konvergent oändlig geometrisk serie med positiva termer är summan av andra och tredje termerna ett tal t. Undersök, för vilket värde på kvoten seriesumman blir så liten som möjligt, och bestäm därefter t så, att detta minsta värde blir 3.
2. En ellips har sin medelpunkt i origo och axlarna utefter koordinataxlarna. Kurvan $y=2x^3$ skär ellipsen under räta vinklar. Beräkna ellipsens excentricitet.
3. Genom sambandet $\cos y = k \cos x$, där k är en konstant, $|k|<1$ och $0<y<\pi$, bestämmes y som en två gånger deriverbar funktion av x i intervallet $0 \leqq x \leqq \pi$. Härled andra derivatan av y med avseende på x, och ange den i en form, som endast innehåller y och k.
4. Tangenten till parabeln $8y=2x^2+3$ i en punkt P på kurvan skär x-axeln i punkten Q. Bestäm koordinaterna för P så, att sträckan PQ blir så liten som möjligt, och beräkna detta minimivärde.
5. O är medelpunkten och A vertex $(a;\ 0)$ till hyperbeln $x^2-y^2=a^2$. Från en godtycklig punkt P på hyperbeln fälles normalen mot y-axeln. Fotpunkten är Q. Bestäm geometriska orten för skärningspunkten mellan de räta linjerna AQ och PO, och ange, vilken del av den erhållna ortkurvan som erhålles, när punkten P genomlöper den gren av hyperbeln, där $x>0$.
6. Enligt en gammal kinesisk formel skulle ytan av ett cirkelsegment erhållas genom att man multiplicerar segmentets halva höjd med summan av segmentets korda och höjd. Beräkna det största fel, som kan uppstå vid användningen av denna formel på ett segment, vars radie är en längdenhet och vars medelpunktsvinkel ej överstiger 180°, och ange felet i procent av det riktiga värdet på ytan i detta fall.
7. I triangeln ABC ligger hörnet A i origo i ett rätvinkligt koordinatsystem och hörnet C i punkten $(2;\ 0)$. Vidare är $\operatorname{tg} A \operatorname{tg} \frac{1}{2}C = a$, där a är en konstant. Bestäm ekvationen för orten för hörnet B, och diskutera dess geometriska betydelse för olika värden på konstanten a. Upprita också i stora drag ortkurvan för de viktigaste fallen.

Resultat: **1.** $k=\frac{1}{3}\sqrt{3}$, $t=\frac{2}{3}\sqrt{3}$. **2.** $e=\frac{1}{3}\sqrt{6}$. Gäller för alla $y=kx^3$, där $k \neq 0$. **3.** $(1-k^2)\cos y : \sin^3 y$. — Först $y'^2=(k^2-1):\sin^2 y+1$, som deriveras. **4.** $P(\pm 1;\ \frac{5}{8})$; PQ:s min. $=\frac{5}{8}\sqrt{5}$ längdenh. **5.** Parabeln med fokus i A och styrlinjen $x=0$. Mot högra hyperbelgrenen svarar de till $\frac{1}{2}a<x\leqq a$ hörande parabelbågarna. **6.** Skillnaden mellan det riktiga och det »kinesiska» värdet växer monotont från 0 till $\frac{1}{2}(\pi-3)$ ytenh., när medelpunktsvinkeln växer från 0 till π, där felet utgör $100(\pi-3):\pi=4{,}51$ % av riktiga värdet. **7.** Ortens ekv. är $a(2-a)x^2-4ax+y^2=0$, $a \neq 0$. Den betyder: 1) för $0<a<2$ *ellipser* (för $a=1$ en

cirkel); 2) för $a=2$ en *parabel*; 3) för $a>2$ och $a<0$ *hyperbler*, av vilka dock endast den gren som går genom A satisfierar. I alla fallen uteslutes punkterna på x-axeln.

Uppgifter i fysik

1. En bil, som med last väger 1200 kg, kör med konstant hastighet uppför en backe, vars lutning är 1 : 10. Av motoreffekten utnyttjas därvid 35 hk för bilens framdrivande. Luftmotstånd och friktion uppgår sammanlagt till 2 % av bilens tyngd. Beräkna bilens hastighet.
2. Ett cirkelrunt hjul rullar utan att glida på ett horisontellt och fast golv. Hjulet befinner sig hela tiden i ett och samma vertikalplan. Cirkelns medelpunkt O har en hastighet på 10 m/sek i förhållande till golvet. Hastigheten (i förhållande till golvet) för en punkt P på hjulets periferi varierar, allteftersom P roterar kring O och är störst, då P passerar punkten Q vertikalt ovanför O. Bestäm hastigheten hos P till storlek och riktning, när radien OP roterat vinkeln 49° från läget OQ. Figur kräves.
3. Av planparallella, tunna glasplattor har man tillverkat ett kubiskt kärl och i detta inkittat en tunn planparallell glasplatta mellan två motstående vertikala kanter, så att kärlet delas i två prismatiska rum med triangulär bottenyta. Det ena av dessa är fyllt med bensol, det andra med koldisulfid. Ett smalt, enfärgat ljusknippe infaller vinkelrätt mot en av de vertikala sidoytor hos kuben, innanför vilka finnes koldisulfid. Beräkna vinkeln mellan det infallande och det ur kuben utträdande ljusknippet. För det använda ljuset är brytningsindex för koldisulfid 1,63 och för bensol 1,50. Figur återgivande strålgången kräves.
4. Den bild okularet i en kikare ger av objektivinfattningen kallas utträdespupillen. Med kikarens ljusstyrka menas kvadraten på utträdespupillens diameter mätt i mm. Förhållandet mellan diametern hos en lins och linsens brännvidd kallas linsens öppningsförhållande. En viss teaterkikare (Galileis kikare) förstorar 4,0 gånger och har ljusstyrkan 100, när den är inställd så, att ett ackommodationsfritt öga genom kikaren tydligt ser ett avlägset föremål. Objektivets öppningsförhållande är 1 : 3,0. Bestäm avståndet mellan kikarens objektiv och okular, vilka båda får antagas vara tunna linser. Figur med konstruktion av utträdespupillens storlek och läge kräves.
5. Ett elektriskt mätinstrument med resistansen 50 ohm gör fullt utslag för strömmen 1,0 mA. Man vill använda det som voltmeter med mätområdena 0 V—0,50 V samt 0 V—5,0 V. Två motstånd AB

och *BC* samt instrumentet *CD* seriekopplas därför i nu nämnd ordning. *A*, *B* och *D* betecknar alltså det utbyggda instrumentets anslutningskontakter. Bestäm resistanserna hos motstånden *AB* och *BC* så, att mätområdena blir de önskade. Figur med kopplingsschema erfordras.

6. Till ett likströmsnät med en konstant spänning av 220 V har kopplats ett motstånd *AC* på 100 ohm. En kontakt *B* har anbragts på *AC* så, att motståndsdelen *AB* har resistansen 25 ohm. Till kontakterna *A* och *B* har anslutits en parallellkopplad ledning, innehållande ett antal seriekopplade ackumulatorceller, som skall laddas. Vid laddningens början är varje cells emk 2,0 V och dess inre resistans 0,1 ohm. Hur många celler får batteriet högst innehålla, om strömmen genom ackumulatorerna vid laddningens början inte skall understiga 1,5 A? Kopplingsschema erfordras.
7. Över ett motstånd *AC* med resistansen *R* ohm ligger spänningen *U* volt. Mellan *A* och en punkt *B* på motståndet med ett sådant läge, att *AB* har resistansen *r* ohm, är en ytterledning inkopplad. *R*, *r* och *U* är konstanta. Angiv den i ytterledningen utvecklade effekten som funktion av spänningen över *AB*. Angiv också den största effekt, som kan utvecklas i ytterledningen för givna värden på *U*, *R* och *r*. Kopplingsschema erfordras.
8. Ett urladdningsrör innehåller kvicksilverånga av relativt lågt tryck. Genom en glödkatod alstras elektroner, som accelereras i ett elektriskt fält mellan katod och anod. Potentialdifferensen mellan anod och katod är *U* volt. Genom en särskild anordning har man möjlighet att mäta energien hos elektronerna, då de kommer fram till anoden. Det visar sig då, att vid låga värden på *U* sker stöten mellan elektronerna och kvicksilveratomerna utan energiförlust för elektronerna. Vid vissa värden på *U* avger emellertid elektronerna energi till kvicksilveratomerna. När atomen åter avger denna energi, utsänds den i form av strålning av samma natur som ljuset. Det lägsta värde på *U*, för vilket detta kan inträffa, är 4,9 volt. Beräkna den våglängd, uttryckt i ångströmenheter, som svarar mot detta *U*-värde. Elektronens laddning är $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ coulomb. Plancks konstant är $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ joulesek. Ljusets hastighet kan sättas till $3{,}0 \cdot 10^{8}$ m/sek. 1 ångströmenhet är 10^{-10} m.

Resultat: 1. 65,6 km/tim. 2. Hastigheten är 18 m/sek, och bildar 24,5° med golvet framåt-nedåt. 3. 7,83°. 4. 90 mm. 5. Motstånden är hos *AB* och *BC* resp. 4500 och 450 ohm. 6. Högst 12. 7. $\frac{(rU-Rx)x}{r(R-r)}$ watt, om spänningen över *AB* är x volt; max. eff. är $\frac{1}{4} r U^2 : R(R-r)$ watt. 8. 2530 Å.

Realexamen och praktisk realexamen h. t. 1959

I. Provräkning i realexamen

1. En person köpte 10 st 4 % obligationer å nominellt 500 kr vardera till 90 % kurs och 50 aktier till en kurs av 150 kr per aktie. Hur många procents ränta gav denna penningplacering ett år, då utdelningen på varje aktie var 9 kr?
2. I triangeln ABC träffar bisektrisen till vinkeln A sidan BC i punkten D, så att vinkeln ADB blir 69°. Vinkeln BAC är $\frac{2}{5}$ av vinkeln ACB. Beräkna triangelns vinklar.
3. Lös ekvationssystemet $(x+1\frac{2}{3}):(y+1000)=x:y$; $4(x+\frac{2}{3})+0{,}03y=10$.
4. Två tal förhåller sig som 5 : 4. Bestäm förhållandet mellan de tal man erhåller, om man gör det större talet 20 % större och det mindre talet 25 % mindre.
5. En cirkelsektor av tunn plåt med 18 cm radie och 120° medelpunktsvinkel hopböjes till en rät cirkulär kon. Beräkna volymen av denna kon. Som närmevärde på π användes 3,14.
6. En firma i Sverige köpte 25 dussin hattar från England till ett fakturapris av 22 shillings 6 pence per st. Tull, frakt och övriga inköpskostnader uppgick till 1540 kr för hela partiet. Försäljningskostnaderna utgjorde 30 % av inköpspriset. Hur många procents pålägg hade firman beräknat, när dess vinst utgjorde 6 % av dess samtliga utgifter? 1 pund = 20 shillings = 14,40 kr. 1 shilling = 12 pence.
7. I en cirkel med 2 cm radie drages en korda AB av 2 cm längd. Kordan utdrages till en punkt C, så att sträckan BC blir 2 cm. Från punkten C drages tangenterna till cirkeln. Beräkna dessas längd.
8. Sidorna i en rektangel är 3 cm och 4 cm. Parallellt med en av rektangelns diagonaler drages två räta linjer, som delar rektangelns yta i tre lika stora delar. Beräkna det vinkelräta avståndet mellan de båda linjerna.

Resultat: **1.** 5,42 %. **2.** $A=23°$; $B=99{,}5°$; $C=57{,}5°$. **3.** $x=\frac{1}{3}$, $y=200$. **4.** 2 : 1. **5.** 640 cm³. **6.** 37,8 %. **7.** 2,83 cm. **8.** 0,88 cm.

II. Provräkning i realexamen, avkortad kurs

1. Lös ekvationen $\dfrac{15x-1\frac{1}{5}}{9}-\dfrac{3{,}6-16x}{24}+\dfrac{1{,}3-3x}{20}=0$.
2. En person säljer varor i kommission. Som provision får han räkna sig till godo 8 $\frac{1}{2}$ % av försäljningssumman. En månad redovisade han efter avdrag av provisionen 4858 kr 65 öre. Hur stor var hans provision denna månad?
3. En åker i form av en rektangel är 260 m lång, och dess yta är

182 ar. Hur mycket minskas ytan, om man runt omkring åkern från dess yttersidor inåt gräver ett dike, som är 1,2 m brett?

4. Lös ekvationssystemet $1\frac{2}{3}y=1000x$; $4(x+\frac{2}{3})+0{,}03y=10$.
5. Se uppg 1. i provräkning I.
6. Två ångbåtar uppehåller regelbunden trafik mellan två orter, belägna på 52 km avstånd från varandra. De avgår från var sin ort varje dag kl. 15.00 och brukar komma fram till sina respektive bestämmelseorter kl. 18.15 och kl. 19.20. Hur dags brukar de mötas?

7 och 8. Se uppg. 4 och 6 i provräkning I.

Resultat: 1. $x=0{,}1$. 2. 451,35 kr. 3. 786,24 m². 4. $x=\frac{1}{3}$, $y=200$. 6. Kl. 16.51.

III. Provräkning för huslig linje utgjordes av uppg. 1, 2, 4, 6 i I och 2, 3, 4, 6 i II.

IV. Provräkning för maskinteknisk linje

2. Beräkna rötterna till ekvationen $12x^2-25x+10=0$ med tre säkra decimaler.
3. Ur en cylindrisk trästock med längden 3 m och diametern 24 cm utsågades vid ett tillfälle 3 plankor med längden 2,95 m, bredden $6\frac{1}{2}''$ och tjockleken $1\frac{1}{2}''$ samt 2 plankor med längden 2,90 m, bredden 4″ och tjockleken 1″. Hur många procent av stockens volym utnyttjades för plankorna? 1″=25,4 mm.
6. I en rät cirkulär kon förhåller sig basradien till höjden som 2:3. Konen har lika stor volym som ett klot med radien 2,4 dm. Beräkna konens mantelyta.
8. En vinkel med spetsen i punkten A är 60°. Punkten B ligger inom vinkeln, 1 cm från det ena vinkelbenet och 4 cm från det andra. Beräkna avståndet mellan A och B.

Uppg. 1, 4, 5, 7 se uppg. 2, 5, 7, 8 i provräkning I.

Resultat: 2. $x_1=1{,}543$; $x_2=0{,}540$. 3. 52,0 %. 6. 62,71 dm². 8. 5,3 cm.

V. Uppgifter i fysik för maskinteknisk linje

1. En homogen cylinder av järn med 4,0 cm höjd flyter med axeln lodrät i kvicksilver. Beräkna avståndet mellan cylinderns övre basyta och kvicksilverytan. Tätheten för järn är 7,8 och för kvicksilver 13,6 g/cm³.
2. En bil, som med last väger 1500 kg, går med konstant hastighet på en horisontell väg, varvid 40 hk av motorns effekt används för bilens framdrivande. Totala motståndet mot rörelsen utgör 8 % av bilens tyngd. Beräkna bilens hastighet.

3. En 1,8 m lång balk *AB*, som väger 40 kg, vilar i vågrätt läge på två stöd *C* och *D*. *AC* är 0,2 m och *BD* 0,5 m. Balkens tyngdpunkt ligger mitt på *AB*. Beräkna de krafter, varmed balken påverkar stöden.
4. Vid en katapultstart för flygplan är startbanan 60 m. Den tillryggalägges av ett startande flygplan på 2,0 sek, varvid rörelsen är likformigt accelererad. Vilken hastighet har planet i det ögonblick det lämnar startbanan?
5. En syrgastub, vars volym är 30 l, innehåller 5 kg syre. Gasens temperatur är 27° C. Beräkna trycket i tuben. Vid 0° C och 1 atm tryck är syrgasens täthet 1,43 g/l.
6. Ett termoskärl innehåller vatten av temperaturen 100° C samt en i vattnet nedsänkt elektrisk värmespiral med resistansen 5,0 ohm. Vilken strömstyrka bör man sända genom spiralen för att åstadkomma att på 6,0 minuter 50 g vattenånga bildas? Vattnets ångbildningsvärme är 540 kcal/kg. Värmeutbytet med omgivningen försummas. 1 Ws=0,24 cal.
7. I en strömkrets ingår ett motstånd *AB* med resistansen 75,0 ohm. En voltmeter, vars resistans är 1000 ohm, är ansluten till *A* och *B*. Den anger då spänningen 60,0 V. Beräkna strömstyrkan i den ogrenade ledningen.
8. Ett batteri slutes med ett motstånd, vars resistans *R* kan varieras. Parallellt med motståndet har kopplats en voltmeter med mycket hög resistans. Då *R* är 15,0 ohm, visar voltmetern 20,0 V. Ändras *R* till 25,5 ohm, visar voltmetern 21,3 V. Beräkna batteriets inre resistans.

Resultat: **1.** 1,7 cm. **2.** 25 m/sek. **3.** *C* och *D* påverkas av resp. 14,5 och 25,5 kp. **4.** 60 m/sek. **5.** 128 atm. **6.** 7,9 A. **7.** 0,86 A. **8.** 2,61 ohm.

VI. Kemi med laboratorieteknik för kemisk-teknisk linje

1. Angiv kemiska formler för följande föreningar: a) ortofosforsyra, b) kaliumkromat, c) kalciumkarbid, d) kalciumvätekarbonat, e) naftalen (naftalin), f) aminoättiksyra.
2. Redogör med reaktionsformler för tre principiellt olika metoder för framställning av svaveldioxid.
3. Angiv kemiska reaktionsformler då följande ämnen reagerar med varandra: a) zink+utspädd saltsyra, b) aluminiumklorid+natriumhydroxid i överskott, c) svaveljärn+utspädd saltsyra, d) bly+salpetersyra, e) kopparsulfat+ammoniak i överskott.
4. Angiv strukturformlerna för de båda isomera föreningarna av kolvätet butan.

Fyrtioandra årgångens innehåll
1959

Agrelius, R. Anm. av Bohlin, Elektricitetslära och elektroteknik (69), Gewertz, Växelströmslära (262).

Andersson, B. J. Tröghetsnavigering 217

— Anm. av Streeter, Fluid Mechanics (128), Comolet, Introduction à l'analyse dimensionelle et aux problèmes de similitude en mécanique des fluides (129).

Andersson, J. Några stereometriska formler 167

— Anm. av Weinacht, Prinzipien zur Lösung mathematischer Probleme (119), Maxwell, Fallacies in Mathematics (186).

Andersson, S. Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning, möten i nov. 1958 och april 1959..... 38, 118

Asplund, E. Anm. av Bourbaki, Éléments de mathématique I. Livre I. Ch. 4 43

Augustinsson, K.-B. Anm. av Sexton, Chemische Konstitution und biologische Wirkung 137

Bergendal, G. Anm. av Grotemeyer, Analytische Geometrie (250), Valentiner, Vektoren und Matrizen (251).

Bergstedt, A. Čerenkovstrålning. Nobelpriset i fysik 1958 81

— Anm. av Jelley, Čerenkov Radiation and its Applications 135

Berndt, S. B. Anm. av Guderley, Theorie schallnaher Strömungen ... 58

Björck, G. Anm. av Denjoy, Un demi-siècle (1907—1956) de notes communiquées aux académies de Paris, d'Amsterdam, des Lincei etc 191

Blichert-Toft, P. H. Anm. av Watkins, Topics in Electromagnetic Theory 198

Blom, G. Anm. av Feller, An Introduction to Probability Theory and its Applications I (46), Bonnier/Tedin, Biologisk variationsanalys (46), Davies, Statistical Methods in Research and Production (47), Davies, Design and Analysis of Industrial Experiments (47), Chew, Experimental Designs in Industry (47), Dugué, Traité de statistique théorique et appliquée (124), Dugué, Arithmétique des lois de

probabilités (124), Matematikkarta (136), Anderson, Introduction to Multivariate Statistical Analysis (188), Stephan/McCarthy, Sampling Opinions (189), Kullback, Information Theory and Statistics (190), Dixon/Massey, Introduction to Statistical Analysis (191), Kendall/Stuart, The Advanced Theory of Statistics, Vol. 1 (191), Fraser, Statistics: an Introduction (253), Kaplansky/Hewitt/Hall/Fortet, Some Aspects of Analysis and Probability (254), Chernoff/Moses, Elementary Decision Theory (255), Cox, Planning of Experiments (255).

Bolin, I. Några av kemins nya landvinningar 28

Brunberg, E.-Å. Anm. av Galbraith, Extensive Air Showers 194

Comét, S. Anm. av Raymond, L'automatique des informations (53), Tresse, Théorie élémentaire des géométries non euclidiennes (252).

Domar, Y. Anm. av Taylor, Introduction to Functional Analysis 123

Eklöf, O. Anm. av Den nya astronomin (59), Universum (59), Berättelse över 3:e Nordiska kongressen LMFK i Stockholm och Uppsala (139), Whitrow, The Structure and Evolution of the Universe (265).

Elvius, T. Anm. av de Vaucouleurs, L'exploration des galaxies voisines 198

Erdtman, H. Anm. av Karnojitzki, Les peroxydes organiques 64

Ericson, S. O. och Holmquist, S. Framställning av Na_3MnO_4 som lektionsförsök 117

Forsling, W. Anm. av Oehme, Dielektrische Messmethoden zur quantitativen Analyse etc. (61), Yoe/Koch, Trace Analysis (63), French, Principles of Modern Physics (204).

Forsner, Th. Anm. av Severns/Fellows, Air conditioning and refrigeration 80

Friberg, J. Anm. av Hurewicz, Lectures on Ordinary Differential Equations 250

Fröberg, C.-E. Anm. av Derwidué, Introduction à l'algèbre supérieure et au calcul numérique algébrique (121), Forsythe/Rosenbloom, Contemporary State of Numerical Analysis and Linear Partial Differential Equations (122).

Grundström, B. Iakttagelser, språk och förklaringar i fysiken 109

— Anm. av Höfling, Physik-Aufgaben (127), Lindstad, Veiledning i skoleforsök i elektrisitetslære (261), Höfling/Jacobs, Physik für Mittelschulen (282).

Günther, G. Ljuskänsligt glas 17

— Anm. av Walsh, Photometry 133

Hanner, O. Anm. av Colloque de topologie algébrique (45), Berge, Théorie générale des jeux à n personnes (50), Stoïlow, Leçons sur les principes topologiques de la théorie des fonctions analytiques (52).

Hellström, L. Anm. av Gonser/Sherwood, Technology of Colombium (Niobium) 66

Hesse, R. Anm. av Lipson/Taylor, Fourier Transforms and X-ray Diffraction 58
Hilding, S. Falska rötter — en logisk och metodisk fråga 105
— Realskolematematikens förnyelse 226
Hillert, M. Anm. av Elliot, The Physical Chemistry of Steelmaking ... 135
Hjalmars, S. Anm. av Green, An essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism 44
Hjelte, F. Anm. av Dow, Fundamentals of Advanced Missiles 195
Holmquist, S. och Ericson, S. O. Framställning av Na_3MnO_4 som lektionsförsök 117
Häggmark, P. Västsvenska föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning, möten i okt. 1958 och april 1959 ..... 41, 118
— OEEC-kursen i matematik vid universitetet i Aarhus 244
Hörmander, L. Anm. av Kaplansky, An Introduction to Differential Algebra 44
Ingelstam, E. Anm. av Visual Problems of Colour 263
Jahnberg, S. Anm. av Leimanis/Minorsky, Dynamics and Nonlinear Mechanics 200
Jonsson, C. V. Anm. av Tonnelat, Les principes de la théorie électromagnétique et de la relativité 257
Jonsson, O. Anm. av Kinney, Engineering Properties and Applications of Plastics 196
Juringius, N. Anmärkning till uppgift 2181 241
Karlén, I. Hur gammal är Jorden? 93
Kinell, P. O. Anm. av Huggins, Physical Chemistry of High Polymers 64
Kjellberg, G. Anm. av Riordan, In Introduction to Combinatorial Analysis 51
Landahl, M. Anm. av Bers, Mathematical Aspects of Subsonic and Transonic Gas Dynamics 197
Liljeqvist, B. Skolförsök med radioaktiv strålning 233
Linde, J. O. Något om modern lågtemperaturteknik 170
Lindholm, S. och Wetterblad, T. Ljusets brytning i gaser 32
Lindqvist, I. Anm. av Hamer, The structure of electrolytic solutions ... 266
Lindstad, O. Kurve-egenskaper utledet ved hjelp av kinematikk 14, 243
— Planeters bevegelse 184
— Litt om harmonisk svingende bevegelse 242
Lindstedt, G. Insulinets struktur. Nobelpriset i kemi 1958 1
Ljunghall, A. Anm. av Kosmos 1958 (156), Hix/Alley, Physical Laws and Effects (260).
Lundqvist, D. Anm. av Pfann, Zone Melting (66), Shepherd, An Introduction to the Theory and Practice of Semiconductors (134).
Lundström, J. och Wahlgren, A. Magiska kuber 89

Lunell, E. Anm. av Sjöstrand, Differential- och integralkalkyl samt plan analytisk geometri 46
Lönnqvist, C. Anm. av Hansen, Rumfart og raket-teknik 264
Markesjö, G. Anm. av Lundqvist, Moderna halvledarkomponenter (202), Semiconductor Abstracts (203), Zimmerman/Mason, Electronic Circuit Theory (267).
Matell, M. Ytaktiva ämnen 157
Mathisson, S. Anm. av Schröder, Radiobyggboken, del 2 204
Melander, L. Anm. av Rice, Free Radicals 138
Mårtensson, B. Anm. av Eckman, Automatic Process Control (68), Grabbe/Ramo/Wooldridge, Handbook of Automation, Computation and Control, Vol. I (201), Bower/Schultheiss, Introduction to the Design of Servomechanisms (201).
Nilsson, E. Anm. av Carr, Electric Machinery 67
Nilsson, S. B. Anm. av Stephenson/Kilmister, Special Relativity for Physicists (192), Leech, Classical Mechanics (193), Blanc-Lapierre/Casal/Tortrat, Méthodes mathématiques de la mécanique statistique (256), Kittel, Elementary Statistical Physics (256).
Niordson, F. Anm. av Church, Mechanical Vibrations 57
Nordefeldt, E. Anm. av Jenkins, Practical Chemistry for Schools (65), Newbury, The Teaching of Chemistry (138).
Nordling, C. Anm. av von Ubisch, Atomenergi och kärnfysik 56
Nyberg, A. Anm. av Houghton, Atomspheric Explorations 60
Odhnoff, J. Anm. av Bourbaki, Éléments de mathématique I. Livre II. Ch. 8 249
Odqvist, F. Anm. av Calculus of Variations and its Applications (127), Elasticity and Plasticity (129).
Persson, Å. Anm. av Campbell, Process Dynamics 203
Ramgard, A. Anm. av Pippard, Classical Thermodynamics 55
Riesel, H. Anm. av Goldberg, Introduction to Difference Equations etc. (45), Phister, Logical Design of Digital Computers (53), Lewin, Dilogarithms and Associated Functions (122).
Råde, L. OEEC:s kurs för matematiklärare i Paris 1958 41
— Anm. av Introductory Probability and Statistical Inference for Secondary Schools (49), Sirk, Mathematik für Naturwissenschaftler und Chemiker (125), Asmus, Einführung in die höhere Mathematik (187), Insights into Modern Mathematics (252).
Schock, W. Medelpunkt och radie i en i en triangel inskriven cirkel 240
Siegbahn, K. Anm. av Bishop, Project Sherwood (130), Fischer/Mansur, Conference on Extremely High Temperatures (130).
Staffansson, E. Några intryck från Europäische Lehrmittelmesse i Darmstadt 246

Staffansson, E. Anm. av Sinnott, The Solid State for Engineers (131), Scott, The Physics of Electricity and Magnetism (258).
Starck, G. Svenska Kemistsamfundets Berzeliusdagar 34
Svartholm, N. Anm. av Myers, Theoretical Electromagnetism 126
Svensson, I. Anm. av Zworykin/Ramberg/Flory, Television in Science and Industry 132
Tengnér, S. Anm. av Cruse/Huber, Hochfrequenztitration 61
Unenge, J. Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning, årsmöte jan. 1959 36
Wahlgren, A. Om hela tals delbarhet 23
— och Lundström, J. Magiska kuber 89
Wahlström, G. Anm. av Susskind, Notes on Analog-Digital Conversion Techniques 54
Wetterblad, T. och Lindholm, S. Ljusets brytning i gaser 32
Wilner, T. Det tyngdlösa tillståndet 238
Zetterberg, L.-H. Anm. av Bendat, Principles and Applications of Random Noise Theory (137), Grivet/Balquière, Le bruit de fond (193).
Åström, K.-J. Anm. av Rouse, Advanced Mechanics of Fluids 192
Öberg, T. Heltalstrianglar med rationellt förhållande mellan vinklarna .. 181

Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 70, 140, 205, 268
Matem. och fysikaliska uppg. vid studentskrivningar och fyllnadsprövningar 1959: jan. (73), mars (142), aug. (208), nov. (271).
Provräkning i realexamen vt. och ht. 1959 ..... 149, 278
Praktisk realexamen vt. och ht. 1959: Uppg. för maskinteknisk linje i fysik (152, 279), i beskrivande maskin- och byggnadslära (154, 281). Uppg. för kemisk-teknisk linje i kemi med laboratorieteknik (153, 280).

Under rubriken »Aktuellt»:
Svenska Kemistsamfundets Berzeliusdagar (34); Föreningen för matem. naturv. undervisning, årsmöte jan. 1959 (36); Föreningen i Lund för matem. naturv. undervisning, möten i nov. 1958 och april 1959 (38, 118); Västsvenska föreningen för matem. naturv. undervisning, möten i okt. 1958 och april 1959 (41, 118); OEEC:s kurs för matematiklärare i Paris (41); OEEC-kursen i matematik vid universitetet i Aarhus (244); Några intryck från Europäische Lehrmittelmesse i Darmstadt (246).

Lund 1959, Håkan Ohlssons Boktryckeri

5. Redogör med reaktionsformler för vad som bildas vid oxidation av följande ämne: a) formaldehyd, b) isopropylalkohol. Angiv namn på de föreningar som bildas.
6. En vattenlösning innehåller följande joner: K^+, SO_4^{2-}, CO_3^{2-}, J^-, Br^-. Hur kan man kvalitativt påvisa respektive joner i lösningen?
7. Hur många liter syre av NTP åtgår teoretiskt till fullständig förbränning av 40 liter eten (etylen), och hur många liter koldioxid av NTP bildas vid förbränningen?
8. 0,409 g av en syra förbrukar vid titrering 20,40 ml 0,116 N NaOH-lösning. Beräkna syrans ekvivalentvikt.
9. Hur många ml 0,2 N svavelsyra åtgår teoretiskt för att överföra 0,25 g zinkoxid till zinksulfat?
10. 0,1 g kristalliserad oxalsyra, $H_2C_2O_4 \cdot 2H_2O$, löses i vatten. Lösningen surgöres med svavelsyra och titreras med kaliumpermanganatlösning, varvid 12,0 ml förbrukas. Samma kaliumpermanganatlösning användes för bestämning av järn i en ferrosulfatlösning, som surgjorts med svavelsyra. Härvid åtgick 16,5 ml kaliumpermanganatlösning. Hur många gram järn innehöll ferrosulfatlösningen och hur många gram Fe_2O_3 motsvarar denna järnmängd?

Atomvikter: C=12,0 Fe=55,8 Zn=65,4

Resultat: **7.** 120 liter syre, 80 liter koldioxid. **8.** 173 (172,8). **9.** 30,7 ml. **10.** 0,122 g järn, 0,174 g Fe_2O_3.

VII. Beskrivande maskin- och byggnadslära för maskinteknisk linje

1. En 5 m lång, cylindrisk behållare av plåt med volymen 4 m^3 skall beräknas för 7 atö. Hur tjock bör plåten vara om brottgränsen är 3300 kp/cm^2, och säkerhetsfaktorn är 6?
2. En hydraulisk lyftanordning skall kunna lyfta 5 ton. Lyftkolven väger 200 kg och har 200 mm diameter. Pumpkolven rör sig horisontellt. Hur stor diameter bör pumpkolven ha, om den skall intryckas med en kraft av 50 kp?
3. Med ett vindspel skall 2 man, vardera utövande en kraft i vevarna av 15 kp, lyfta en last på 100 kg. Vilken längd bör vevarna ha, om valsens diameter är 200 mm?
4. En balkong uppbäres av två U-balkar NP 16. Balkarna är inmurade i ena änden och skjuter ut 1,4 m från väggen. Beräkna
   a) hur stor jämnt fördelad last balkarna tillsammans kan tåla, om den tillåtna böjpåkänningen är 1200 kp/cm^2,
   b) nedböjningen vid maximal belastning. E=2 150 000 kp/cm^2. Egenvikten försummas.
5. En transmissionsaxel skall överföra 19 kW vid ett varvtal av

160 r/m. Den tillåtna vridpåkänningen är 300 kp/cm². Bestäm axeldiametern.

6. En elektriskt driven byggnadshiss förbrukar 4,2 kW, när den lyfter 500 kg 15 m högt på 25 sekunder. Beräkna hissens verkningsgrad.
7. En ångpanna levererar per timme 900 kg ånga av 12 ata. Inmatningen av vattnet sker medelst en pump med verkningsgraden 75 %. Pumpmotorns verkningsgrad är 80 %. Inmatningen sker ej kontinuerligt utan endast under halva driftstiden. Hur många kW måste tillföras motorn?
8. En moped körde på en timme 28,2 km, varvid 425 cm³ bensin förbrukades. Hur många procent av den tillförda energien användes till att övervinna luftmotståndet, om detta i genomsnitt var 4 kp? Bensinens täthet sättes = 0,715 g/cm³ och dess värmevärde = 11 000 kcal/kg.

Resultat: **1.** 7 mm. **2.** 20 mm. **3.** 335 mm. **4.** a) 3980 kp, b) 3,4 mm. **5.** 60 mm. **6.** 0,70. **7.** 0,090 kW. **8.** 7,9 %.

Forts. från sid. 267.

Oskar Höfling/Walter Jacobs, *Physik für Mittelschulen.* Bd 1, 1958, 260 S., DM 5.90. Bd 2, 1959, 352 S., DM 7.90.

Denna lärobok är avsedd för tyska realskolor och liknande läroanstalter, den första delen för elevernas 7:e och 8:e skolår, den andra för de 9:e och 10:e åren.

Tidigare har Höfling givit ut fyra läroböcker för gymnasiets låg- och högstadium, vilka anmälts i Elementa *41*, 69, 1958. Innehållet i de båda nya böckerna överensstämmer varken med den svenska realskole- eller gymnasiekursens, möjligen kunde det liknas vid en mycket fyllig realskolekurs, som i väsentliga delar kunde likställas med vår gymnasiekurs, givetvis med undantag av ämnets matematiska behandling.

Redan genom paragrafrubriker av följande typ vill författarna framhålla att böckerna är elementarläroböcker: »Varför skall du lära dig fysik?; Varje kropp har en tyngdpunkt; Luftmassor träffar varandra; En låga brinner; Hur gör man en väderlekskarta?; Jorden har ett magnetfält; Varför tindrar stjärnorna?; Elektronrör kan alstra odämpade svängningar; Atomkärnor kan förändras.» Framställningen anknyter till elevernas egna erfarenheter och bygger nästan helt på experiment och iakttagelser. Avsikten är att ge eleverna en inblick i fysikaliskt-tekniskt tänkande, som kan vara till nytta för kommande yrken i och för bedömning av ekonomiska, sociala och mänskliga problem i vår tekniska tidsålder.

Den första delen innehåller mekanik (påbörjad kurs), värme, väderlek (26 sidor), akustik, magnetism och stjärnornas värld; den andra innehåller optik, elektricitet, mekanik (avslutad kurs), atomernas värld (18 sidor) och energi. Fysikens enheter och sorter behandlas fortfarande på nästan lika många olika sätt som det finns författare i ämnet. Av de två tyska beteckningarna Dichte och Wichte, vilka är kvoten mellan massa resp. tyngd (på tyska Gewicht) och volym används här endast den senare.

Det synnerligen goda intrycket av Höflings tidigare läroböcker har ytterligare bestyrkts genom den nya boken. Den kan i likhet med de föregående bli till stort värde för fysikundervisningen även i svenska skolor.

Birger Grundström

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York/Chapman & Hall Ltd., London, 1959:

Mark Kac, *Statistical Independence in Probability, Analysis and Number Theory.* Pp. 93, $ 3.00.

W. D. Kingery, *Property Measurements at High Temperatures.* Pp. 416, $ 16.50.

Kinetics of High-Temperature Processes. Editor W. D. Kingery. Pp. 326, $ 13.50.

S. C. Brown, *Basic Data of Plasma Physics.* Pp. 336, $ 6.50.

E. L. Lehmann, *Testing Statistical Hypotheses.* Pp. 369, $ 11.00.

D. F. Gunder/D. A. Stuart, *Engineering Mechanics.* Pp. 391, $ 7.75.

M. Popovich/C. Hering, *Fuels and Lubricants.* Pp. 312, $ 8.50.

A. S. Levens, *Nomography.* Sec. Ed. Pp. 296, $ 8.50.

E. J. Yoder, *Principles of Pavement Design.* Pp. 569, $ 13.25.

E. M. Grabbe/S. Ramo/D. E. Wooldridge (Editors), *Handbook of Automation, Computation and Control.* Vol. 2. Pp. XXIII+1068, $ 17.50.

R. M. Evans, *Eye, Film and Camera in Color Photography.* Pp. 410, $ 8.95.

H. F. Taylor/M. C. Flemings/J. Wulff, *Foundry Engineering.* Pp. 407, $ 9.75.

E. M. Hemmerling, *Mathematical Analysis.* McGraw-Hill Book Co., New York Toronto/London, 1959. Pp. 332, 45s.

S. H. Candall/N. C. Dahl, *An Introduction to the Mechanics of Solids.* McGraw-Hill Book Co., 1959. Pp. 444, 65s.

G. Troup, *Masers. Microwave Amplification and Oscillation by Stimulated Emission.* Methuen & Co., London, 1959. Pp. 168, 13s. 6d. net.

G. T. Guilbaud, *What is Cybernetics?* Heinemann, London, 1959. Pp. 126, 10s. 6d. net.

R. A. Smith, *Semiconductors.* Cambridge Univ. Press, 1959. Pp. 494, 65s. net.

D. E. Rutherford, *Fluid Dynamics.* Oliver & Boyd, Edinburgh/London, 1959, Pp. 226, 10s. 6d. net.

R. A. Fisher, *Statistical Methods and Scientific Inference.* Sec. Ed. Oliver & Boyd, 1959. Pp. 175, 16s. net.

O. Klemperer, *Electron Physics.* Butterworths Scientific Publications, London, 1959. Pp. 258, 32s. 6d.

Reports on Progress in Physics. Vol. XXII (1959). Published by the Physical Society, London, 1959. Pp. 634, 63s. net.

Science Progress, No. 188, October 1956, 12s. 6d. — Annual Subscription £ 2 12s. 4d. Edw. Arnold, London.

J. C. Pecker/E. Schatzman, *Astrophysique générale.* Masson & Cie, Paris, 1959, 763 p., broché 12 000 fr., cart. toile 13 000 fr.

N. Arley/H. Skov, *Atomkraft.* 2. udgave. I serien »Scandinavian University Books». Gyldendal, København, 1959, 216 s., dkr. 16:75.

P. Mogensen, *Indledning til funktionslæren.* Gyldendal, København, 1959, 105 s., dkr. 15:85.

W. Heisenberg, *Fysik og humanisme.* Gads Forlag, København, 1959, 150 s.

Christensen/Jensen/Knudsen, *Elevøvelser i Fysik.* Nr. 2, 36 s. Nr. 4, 40 s. à dkr. 5:50. Nr. 3. *Kemi.* 42 s., dkr. 5:75. Gyldendal, København, 1959.

Hyltén-Cavallius/Sandgren, *Matematisk analys II.* Stencilerad. I två häften. Lunds Studenters Intressebyrå, 1959, 416 s., kr. 49:—.

S. G. Lindberg, *Från skapelsetro till naturlagar.* Idéhistorisk översikt över bokverk i Hj. Sjögrens bibliotek. Utg. av IVA, Stockholm, 1959, 115 s., kr. 15:—.

U. Zachrisson, *The Distribution of »Students» t in Samples from Non-normal Populations.* Göteborgs Univ. Statistiska Inst., 1959, 32 s., kr. 5:—.

Lilla Atomkartan. Grundämnenas periodiska system. Bearb. av G. Starck. Lindståhls Bokhandel, Stockholm 1959, kr. 1:—.

Populärt om transistorer. Experimentbok för amatörer och tekniker. Nordisk Rotogravyr, Stockholm, 1959, 63 s., kr. 9:50.

Å. Wallenquist, *Nytt ljus över kosmiska gåtor.* Lindblads förlag, Uppsala, 1959, 80 s., kr. 8:50.

Lindström/Jonzon/Jansson, *Nya räkneboken.* Årskurs åtta. Almqvist & Wiksell, Stockholm, 1959, 112 s., kr. 3:50.

W. Heisenberg, *Den nya fysiken och filosofin.* Övers. av H. Werner. Natur & Kultur, Stockholm, 1959, 274 s., kr. 18:50.

K.-E. Wärneryd, *Ekonomisk psykologi.* Natur & Kultur, Stockholm, 1959, 220 s., kr. 18:—.

Harlow Shapley, *Världsrymden och vi.* Övers. av L. Edberg. Natur & Kultur, Stockholm, 1959, 170 s., kr. 15:50.

Axel Corlin, *Revolt mot likheten.* Natur & Kultur, Stockholm, 1959, 183 s. kr. 11:50.

O. Lundquist, *Experimentell fysik* (Handbok för kurs i fysikaliska demonstrationer och undervisningsexperiment). Del I. 2:a uppl., stenciltryck, A4-format, 165 s., kr. 17:—. Lund 1959. Kan rekvireras från Fysiska Institutionen, Lund.

Svenska Bokförlaget, Stockholm, 1959:

Hellsten/Frendel, *Fysik och astronomi 2,* 151 s. kr. 5:40.

Wahlström/Olsén, *Övningsbok i räkning.* För realskolan och enhetsskolans högstadium, 104 s., kr. 3:75.

Hedström/Öije, *Aritmetik och ekvationslära.* Del 3. För tre- och fyraårig realskola och flickskolor. 9:e uppl., 99 s., kr. 4:25.

Almkvist/Knave, *Fysiklaborationer.* För realskolan, 2:a årskursen. Ellära och astronomi, 22 s., kr. 1:70. — För enhetsskolan kl. 8. Värmelära och ellära, 22 s., kr. 1:70.

Almkvist/Knave/Lindholm, *Fysik för realskolan.* Andra årskursen. Ellära och astronomi, 92 s., kr. 4:40.

Beckman/Wetterblad/Lindahl, *Fysik för enhetsskolan.* I. Årskurs 7, Alternativkurs 1, 141 s., kr. 5:25. — *Fysik.* Andra årskursen. För real- och flickskolor. Femte uppl., 160 s., kr. 4:50.

Almén/Nilsson, *Fysikaliska problem.* För realgymnasiet, 85 s., kr. 4:80.

Matematik för gymnasiet

HEDSTRÖM · RENDAHL · EKBOM

ALGEBRA och GEOMETRI 1

- För R I[4], R II[4] och R I[3]. 10:e uppl. 1959. G Inb. 8:45
- För allmänna linjens två första ringar 2:a uppl. 1959
  G Inb. 7:05

Under vårterminen utkommer i ny, omarbetad upplaga

HEDSTRÖM · RENDAHL · EKBOM · BÅGMAN

ALGEBRA och GEOMETRI 2

- För reallinjens matematiska gren
- För reallinjens biologiska gren och allmänna linjen

I denna upplaga ingår även i omarbetad form Bågmans stereometri.

Den Hedström—Rendahlska serien täcker härmed hela matematikkursen för gymnasiet.

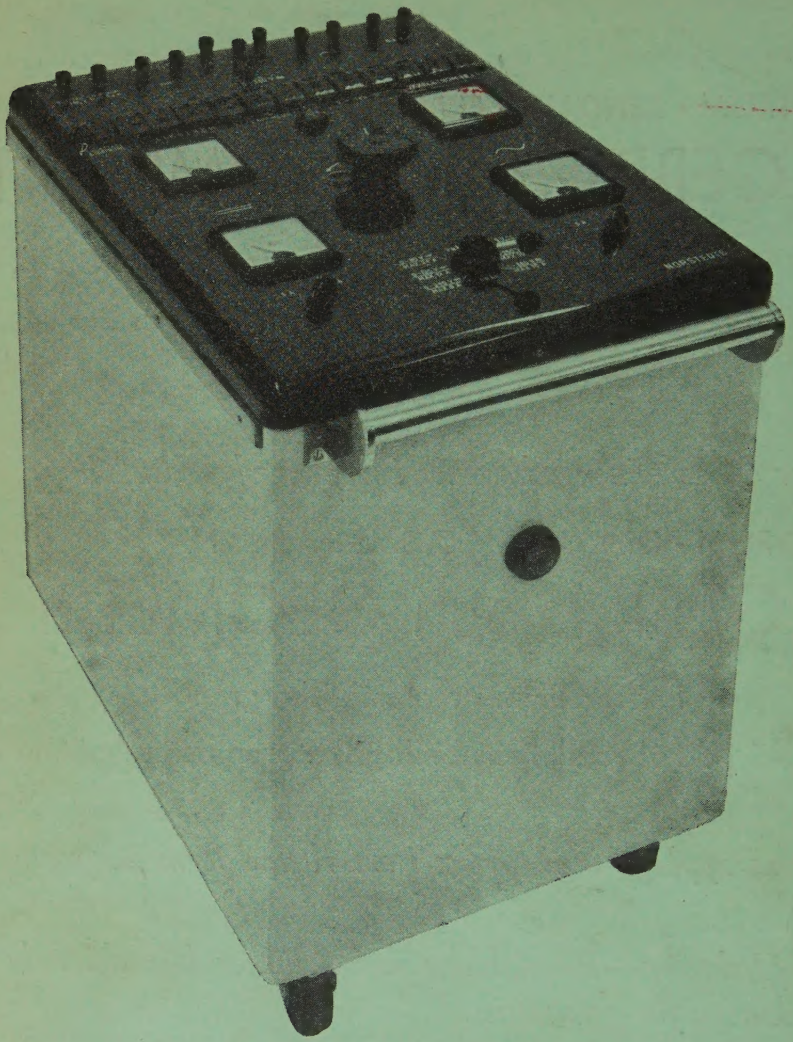
S B F

SVENSKA BOKFÖRLAGET

Lärarexemplar genom SKOLBOKCENTRALEN

STOCKHOLM · GÖTEBORG · MALMÖ · LINKÖPING · LULEÅ · SUNDSVALL

Den transportabla KOPPLINGSTAVLAN



Praktisk nyhet från Norstedts för alla läroverk och därmed jämställda läroanstalter. Kopplingstavlan kan användas var som helst där tillgång till 3-fas växelström finnes och är försedd med hjul för att lätt kunna flyttas.

NORSTEDTS SKOLAVDELNING

STOCKHOLM · GÖTEBORG · MALMÖ · LINKÖPING · LULEÅ · SUNDSVALL

Lund 1959, Håkan Ohlssons Boktryckeri